CONSOB
Commissione Nazionale per le Società e la Borsa

Comunicare ai Risparmiatori

Il Prospetto informativo: uno strumento per comprendere il profilo di rischio-rendimento dei fondi comuni d'investimento mobiliare e dei prodotti assicurativo-finanziari

COM-PA 2008
Milano, 22 Ottobre 2008

Marcello Minenna

Indice

- Tipologie di Ingegnerizzazione Finanziaria
  - Prodotti a Gestione Flessibile
  - Prodotti a Obiettivo di Rendimento
  - Prodotti a *Benchmark*
- Il Prodotto: Oneri e Rischi
  - La Tabella dell'Investimento Finanziario
  - L'Approccio a Tre Pilastri e l'Orizzonte Temporale d'investimento Consigliato
- Formalizzazione Metodologica
  - Il 1° Pilastro
  - Il 2° Pilastro
  - Il 3° Pilastro
  - L'Orizzonte Temporale d'Investimento Consigliato

Indice

- Tipologie di Ingegnerizzazione Finanziaria
  - Prodotti a Gestione Flessibile
  - Prodotti a Obiettivo di Rendimento
  - Prodotti a *Benchmark*

Fondi a Obiettivo di Rendimento/ Protetti

Polizze Unit Linked Flessibili

Fondi Garantiti

Fondi a Benchmark

Polizze Unit Linked a Benchmark

Fondi Flessibili

ETF

Polizze Index Linked

Polizze Unit Linked a Obiettivo di Rendimento/ Protette

Polizze Unit Linked Garantite

Indice

- Tipologie di Ingegnerizzazione Finanziaria
  - Prodotti a Gestione Flessibile
  - Prodotti a Obiettivo di Rendimento
  - Prodotti a *Benchmark*

---

1. Prodotti a Gestione Flessibile:	libertà di investimento in ogni mercato e in ogni strumento finanziario

---

Asset Class selezionate dal Gestore

Uso dei derivati e della leva finanziaria

Esposizione al *Rischio*

Indice

- Tipologie di Ingegnerizzazione Finanziaria
  - Prodotti a Gestione Flessibile
  - Prodotti a Obiettivo di Rendimento
  - Prodotti a *Benchmark*

---

1. Prodotti a Gestione Flessibile:	libertà di investimento in ogni mercato e in ogni strumento finanziario
2. Prodotti a Obiettivo di Rendimento:	politica di investimento e/o meccanismo di garanzia orientati a conseguire, anche implicitamente (ad es. mediante algoritmi di ricomposizione del portafoglio) un obiettivo in termini di rendimento minimo e/o di restituzione del capitale

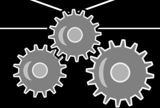
---

Prodotti a Obiettivo di Rendimento

Tipicamente l'obiettivo è riferito a un orizzonte temporale predeterminato in modo:

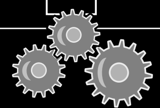
- puntuale (casi più semplici)
- continuo nel tempo (casi più complessi)

Prodotti a Obiettivo di Rendimento



Struttura del Prodotto

Unbundling

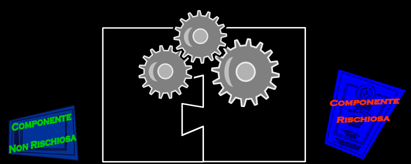


Struttura del Prodotto

Unbundling

Struttura del Prodotto

Unbundling



Orizzonte temporale di riferimento

Struttura del Prodotto = Componente Non Rischiosa + Componente Rischiosa

Esposizione al *Rischio*

Struttura del Prodotto = Componente Non Rischiosa + Componente Rischiosa

Struttura del Prodotto
=
Componente Non Rischiosa
+
Componente Rischiosa

I due lati della *put-call parity*

Struttura del Prodotto
=
Componente Non Rischiosa
+
Componente Rischiosa

I due lati della *put-call parity*

$c_t + Ke^{-r(T-t)} = S_t + p_t$

I due lati della *put-call parity*

I due lati della *put-call parity*

LATO SINISTRO

$c_t \quad + \quad Ke^{-r(T-t)}$

$c_t \quad + \quad Ke^{-r(T-t)}$

Componente Rischiosa

$c_t \quad + \quad Ke^{-r(T-t)}$

Componente Rischiosa — *Componente Non Rischiosa*

$c_t \quad + \quad Ke^{-r(T-t)}$

Componente Rischiosa — *Componente Non Rischiosa*

Strutture OBPI lato *call*

$c_t \quad + \quad Ke^{-r(T-t)}$

Componente Rischiosa — *Componente Non Rischiosa*

Strutture OBPI lato *call*

e, per analogia,

$c_t \quad + \quad Ke^{-r(T-t)}$

Componente Rischiosa — *Componente Non Rischiosa*

Strutture OBPI lato *call*

e, per analogia,

Strutture CPPI (statiche e dinamiche)

I due lati della *put-call parity*

LATO SINISTRO

PRODOTTI PROTETTI

PRODOTTI A FORMULA

PRODOTTI A FORMULA

partecipazione del prodotto al rendimento di una specifica *asset class* tramite uno *swap*

I PRODOTTI A FORMULA funzionano secondo uno schema articolato in tre variabili:

CORRELAZIONE:
indica la struttura che determina la redditività dell'*asset class* prescelta

I PRODOTTI A FORMULA funzionano secondo uno schema articolato in tre variabili:

CORRELAZIONE:
indica la struttura che determina la redditività dell'*asset class* prescelta

MOLTIPLICATORE:
misura la percentuale di partecipazione al rendimento dell'*asset class* prescelta

I PRODOTTI A FORMULA funzionano secondo uno schema articolato in tre variabili:

CORRELAZIONE:
indica la struttura che determina la redditività dell'*asset class* prescelta

MOLTIPLICATORE:
misura la percentuale di partecipazione al rendimento dell'*asset class* prescelta

PROTEZIONE/GARANZIA
meccanismo che regola il peso relativo delle componenti rischiosa e non

I due lati della *put-call parity*

LATO DESTRO

$S_t \quad + \quad p_t$

$S_t \quad + \quad p_t$

⇩

Componente Rischiosa

$S_t \quad + \quad p_t$

⇩ ⇩

Componente Rischiosa *Componente Non Rischiosa*

$S_t \quad + \quad p_t$

⇩ ⇩

Componente Rischiosa *Componente Non Rischiosa*

Strutture OBPI lato *put*

I due lati della *put-call parity*

⇩

PRODOTTI GARANTITI ⇦ LATO DESTRO

GARANZIA

di restituzione del capitale o di rendimento minimo dello stesso a scadenze prefissate

GARANZIA

di restituzione del capitale o di rendimento minimo dello stesso a scadenze prefissate

Garanzia Esterna

Prodotti Flessibili

GARANZIA

di restituzione del capitale o di rendimento minimo dello stesso a scadenze prefissate

Garanzia Esterna | *Garanzia Esterna*

Prodotti Flessibili | Prodotti a *Benchmark*

GARANZIA

di restituzione del capitale o di rendimento minimo dello stesso a scadenze prefissate

Garanzia Esterna | *Garanzia Esterna* | *Garanzia Esterna/ Interna*

Prodotti Flessibili | Prodotti a *Benchmark* | Prodotti a Obiettivo di Rendimento

- Tipologie di Ingegnerizzazione Finanziaria
  - Prodotti a Gestione Flessibile
  - Prodotti a Obiettivo di Rendimento
  - Prodotti a *Benchmark*

1. Prodotti a Gestione Flessibile:	libertà di investimento in ogni mercato e in ogni strumento finanziario
2. Prodotti a Obiettivo di Rendimento:	politica di investimento e/o meccanismo di garanzia orientati a conseguire, anche implicitamente (ad es. mediante algoritmi di ricomposizione del portafoglio) un obiettivo in termini di rendimento minimo e/o di restituzione del capitale
3. Prodotti a *Benchmark*:	politica di investimento ancorata a un *Benchmark* di mercato, cui si combina la scelta di uno specifico stile di gestione

Variazione del rischio del *Benchmark* nel tempo

⇩

1ª Fonte di Esposizione al *Rischio: ESOGENA*

Stile di Gestione Attivo

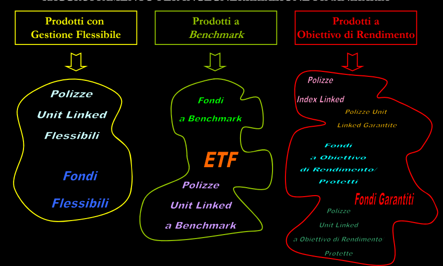
⇩

2ª Fonte di Esposizione al *Rischio: ENDOGENA*

- Tipologie di Ingegnerizzazione Finanziaria
  - Prodotti a Gestione Flessibile
  - Prodotti a Obiettivo di Rendimento
  - Prodotti a *Benchmark*

1. Prodotti a Gestione Flessibile:	libertà di investimento in ogni mercato e in ogni strumento finanziario
2. Prodotti a Obiettivo di Rendimento:	politica di investimento e/o meccanismo di garanzia orientati a conseguire, anche implicitamente (ad es. mediante algoritmi di ricomposizione del portafoglio) un obiettivo in termini di rendimento minimo e/o di restituzione del capitale
3. Prodotti a *Benchmark*:	politica di investimento ancorata a un *Benchmark* di mercato, cui si combina la scelta di uno specifico stile di gestione

RAGGRUPPAMENTO PER INGEGNERIZZAZIONE FINANZIARIA



- **Il Prodotto: Oneri e Rischi**
  - La Tabella dell'Investimento Finanziario
  - L'Approccio a Tre Pilastri e l'Orizzonte Temporale d'Investimento Consigliato

LA DISCIPLINA COMUNITARIA

MiFID | UCITS IV (*in fieri*) | DIRETTIVA VITA

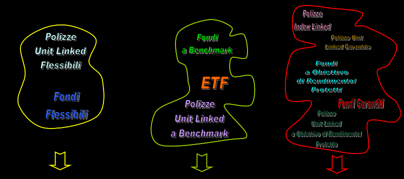
LA DISCIPLINA COMUNITARIA

MiFID | UCITS IV (*in fieri*) | DIRETTIVA VITA

PRODOTTO

ONERI | RISCHI

… e quindi, per ciascuna tipologia di struttura finanziaria:



PRODOTTO — ONERI | RISCHI

PRODOTTO — ONERI | RISCHI

PRODOTTO — ONERI | RISCHI

PRODOTTO

ONERI | RISCHI

- **Il Prodotto: Oneri e Rischi**
  - La Tabella dell'Investimento Finanziario
  - L'Approccio a Tre Pilastri e l'Orizzonte Temporale d'Investimento Consigliato

PRODOTTO

ONERI | RISCHI

TABELLA DELL'INVESTIMENTO FINANZIARIO

	VERSAMENTO UNICO	MOMENTO DELLA SOTTOSCRIZIONE	ORIZZONTE TEMPORALE CONSIGLIATO (valori su base annua)
	VOCI DI COSTO		
A	Commissioni di sottoscrizione	%	%
B	Commissioni di gestione	N.A.	%
C	Commissioni di rimborso	N.A.	%
D	Altri costi	%	%
	COMPONENTI DELL'INVESTIMENTO FINANZIARIO		
E=F-A	Capitale Investito	%	
F=G-D	Capitale Nominale	%	
G	Importo Versato	100%	

IPOTESI SOTTOSTANTI:

Costi certi

Orizzonte Temporale d'Investimento Consigliato

	VERSAMENTO UNICO	MOMENTO DELLA SOTTOSCRIZIONE	ORIZZONTE TEMPORALE CONSIGLIATO (valori su base annua)
	VOCI DI COSTO		
A	Commissioni di sottoscrizione costi certi che insistono sul Capitale Investito, sostenuti al momento dell'adesione al Fondo	%	%
B	Commissioni di gestione costi certi destinati alla remunerazione dell'attività di gestione	N.A.	%
C	Commissioni di rimborso costi certi sostenuti al momento dell'uscita dal Fondo	N.A.	%
D	Altri costi ulteriori voci di costo certe sostenute dall'Investitore	%	%
	COMPONENTI DELL'INVESTIMENTO FINANZIARIO		
E=F-A	Capitale Investito pro-quota dell'Investimento Finanziario investito in quote del Fondo	%	
F=G-D	Capitale Nominale numerario per il calcolo del rendimento sul Capitale Investito	%	
G	Importo Versato ammontare complessivo conferito dall' Investitore	100%	

- **Il Prodotto: Oneri e Rischi**
  - La Tabella dell'Investimento Finanziario
  - L'Approccio a Tre Pilastri e l'Orizzonte Temporale d'Investimento Consigliato

PRODOTTO

ONERI | **RISCHI**

APPROCCIO A TRE PILASTRI

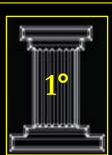
Scenari probabilistici di rendimento rispetto al *risk-free asset* nell'orizzonte temporale di riferimento e valori mediani per ciascuno scenario (c.d. Confronto con il *risk-free*)

Grado di Rischio: basso / medio-basso / medio / medio-alto / alto / molto alto

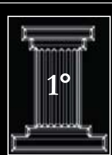
Stile gestionale: Passivo — Attivo: contenuto / significativo / rilevante

- **Formalizzazione Metodologica**
  - Il 1° Pilastro
    - Calibratura Parametrica *Risk-Neutral*
    - *Pricing Risk-Neutral* alla scadenza dell'orizzonte temporale di riferimento
    - *Pricing* a Scadenza vs *Pricing* Iniziale
    - Un'Applicazione Concreta via Heston-BCC
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza per Prodotti A Obiettivo di Rendimento/Protetti

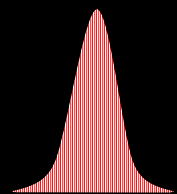
Scenari probabilistici di rendimento rispetto al *risk-free asset* nell'orizzonte temporale di riferimento e valori mediani per ciascuno scenario (c.d. Confronto con il *risk-free*)



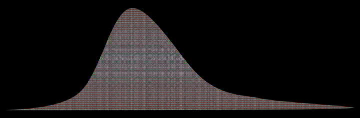
Scenari probabilistici di rendimento rispetto al *risk-free asset* nell'orizzonte temporale di riferimento e valori mediani per ciascuno scenario (c.d. Confronto con il *risk-free*)



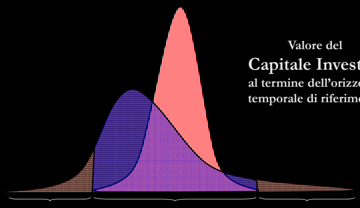
Rischio di *Performance* rispetto al *risk-free asset* sotto la Misura Neutrale al Rischio

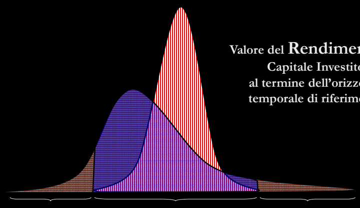


Distribuzione di Probabilità del Valore del Capitale Nominale investito in attività finanziarie prive di rischio al termine dell'orizzonte temporale di riferimento



Distribuzione di Probabilità del Valore del Capitale Investito al termine dell'orizzonte temporale di riferimento





Indice

- Formalizzazione Metodologica
  - Il 1° Pilastro
    - Calibratura Parametrica *Risk-Neutral*
    - *Pricing Risk-Neutral* alla scadenza dell'orizzonte temporale di riferimento
    - *Pricing* a Scadenza vs *Pricing* Iniziale
    - Un'Applicazione Concreta via Heston-BCC
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza per Prodotti A Obiettivo di Rendimento/Protetti

SCELTA DEL MODELLO

SCELTA DEL MODELLO

L'orizzonte temporale di riferimento condiziona la scelta del modello stocastico

SCELTA DEL MODELLO

L'orizzonte temporale di riferimento condiziona la scelta del modello stocastico

Per durate superiori ad 1 anno…

I | II

SCELTA DEL MODELLO

L'orizzonte temporale di riferimento condiziona la scelta del modello stocastico

Per durate superiori ad 1 anno…

I: La Volatilità è un Processo Stocastico

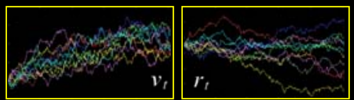
II: Il *Risk-Free Rate* è un Processo Stocastico

SCELTA DEL MODELLO

L'orizzonte temporale di riferimento condiziona la scelta del modello stocastico

Per durate superiori ad 1 anno…

I | II



SCELTA DEL MODELLO

L'orizzonte temporale di riferimento condiziona la scelta del modello stocastico

Due possibile scelte modellistiche…

I: HESTON — Stochastic Volatility Model

II: BAKSHI CAO CHEN — Stochastic Volatility - Stochastic Interest Rate - Jump Model

METODOLOGIA DI CALIBRATURA *RISK-NEUTRAL*

METODOLOGIA DI CALIBRATURA *RISK-NEUTRAL*

Vasta possibilità di scelta tra tecniche di ottimizzazione

METODOLOGIA DI CALIBRATURA *RISK-NEUTRAL*

Vasta possibilità di scelta tra tecniche di ottimizzazione

Una soluzione naturale…

Minimizzazione SSE
(Somma dei Quadrati degli Errori di *Pricing*)

METODOLOGIA DI CALIBRATURA *RISK-NEUTRAL*

Vasta possibilità di scelta tra tecniche di ottimizzazione

Una soluzione naturale…

$$SSE_t = \min_{v_t,\Phi} \sum_{j=1}^{N} \left[C_{Market}(S_t) - C_{Model}(S_t,\Phi) \right]^2$$

METODOLOGIA DI CALIBRATURA *RISK-NEUTRAL*

Vasta possibilità di scelta tra tecniche di ottimizzazione

Una soluzione naturale…

…utilizzando prezzi di mercato relativi a opzioni *VANILLA*

METODOLOGIA DI CALIBRATURA *RISK-NEUTRAL*

METODOLOGIA DI CALIBRATURA *RISK-NEUTRAL*

Necessità di una robusta e stabile metodologia di *pricing*

METODOLOGIA DI CALIBRATURA *RISK-NEUTRAL*

Necessità di una robusta e stabile metodologia di *pricing*

Alcune soluzioni ottimali…

I

Gander Gautschi Quadrature Scheme (Extended Gauss-Lobatto)

II

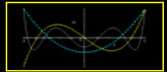
Gauss Laguerre Quadrature Scheme

METODOLOGIA DI CALIBRATURA *RISK-NEUTRAL*

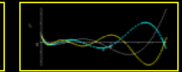
Necessità di una robusta e stabile metodologia di *pricing*

Alcune soluzioni ottimali…

I



II



I

GAUSS LOBATTO SCHEME – LEWIS REPRESENTATION

I

GAUSS LOBATTO SCHEME – LEWIS REPRESENTATION

$$C_t = \frac{Ke^{-r(T-t)}}{2\pi} \int_{i\alpha-\infty}^{i\alpha+\infty} e^{-iz\ln K} \frac{\phi_T(-z)}{z^2-iz} dz$$

$$\phi_T\left(\frac{1}{2}a\left(1+\xi_{j-1}\right)\right) = e^{\left[-i\left(\frac{1}{2}a\left(1+\xi_{j-1}\right)\right)\left(\ln S_t - \frac{M\pi}{a^*}\right)\right]} \Psi_0\left[\frac{1}{2}a\left(1+\xi_{j-1}\right)\right] \cdot \frac{1}{\left[P_{N-1}\left(\xi_{j-1}\right)\right]^2}$$

+

C-Th

$$C_0([\ln K]^*_u) \approx \Re\left[\frac{e^{-a\left(\ln S_T - \frac{M\pi}{a^*} + \frac{\pi}{2a^*}(u-1)\right)}}{\pi} \frac{1}{N(N-1)} \cdot \omega^*\left(\tfrac{1}{2}a(1+v_{j-1})\right)\right]$$

II

GAUSS LAGUERRE SCHEME – LEWIS REPRESENTATION

II

GAUSS LAGUERRE SCHEME – LEWIS REPRESENTATION

$$C_t = \frac{Ke^{-r(T-t)}}{2\pi} \int_{i\alpha-\infty}^{i\alpha+\infty} e^{-iz\ln K} \frac{\phi_T(-z)}{z^2-iz} dz$$

$$\phi_T(\xi_{j-1}) = e^{\left[1+i\left(\frac{M\pi}{a^*} - \ln S_t\right)\right]\xi_{j-1}} \Psi_0[\xi_{j-1}] \cdot \frac{1}{L_{N+1}\left(\xi_{j-1}\right) L'_N\left(\xi_{j-1}\right)}$$

+

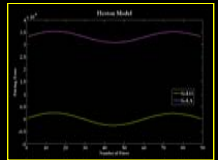
C-Th

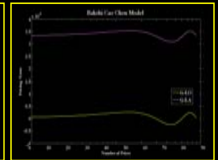
$$C_0([\ln K]^*_u) \approx -\Re\left[\frac{e^{-a\left(\ln S_T - \frac{M\pi}{a^*} + \frac{\pi}{2a^*}(u-1)\right)}}{\pi} \frac{1}{N+1} \cdot \omega^*(u)\right]$$

Applicazione degli schemi I-II ai modelli di riferimento

Heston

BCC





Buona Accuratezza e Stabilità nel *Pricing*

Buona Accuratezza e Stabilità nel *Pricing*

Efficace applicazione della metodologia calibrativa *risk-neutral* SSE

Buona Accuratezza e Stabilità nel *Pricing*

Efficace applicazione della metodologia calibrativa *risk-neutral* SSE

$$SSE_t = \min_{v_t,\Phi} \sum_{j=1}^{N} \left[C_{Market}(S_T) - C_{Model}(S_T,\Phi)\right]^2$$

Buona Accuratezza e Stabilità nel *Pricing*

Efficace applicazione della metodologia calibrativa *risk-neutral* SSE

$$SSE_t = \min_{v_t,\Phi} \sum_{j=1}^{N} \left[C_{Market}(S_T) - C_{Model}(S_T,\Phi)\right]^2$$

Heston

> SSE(Heston,10^-?,nobound)
> Ottimizzazione riuscita. Accuratezza di 10^-? raggiunta.

> Parametri per il modello di Heston:

BCC

> SSE(BCC,10^-?,nobound)
> Ottimizzazione riuscita. Accuratezza di 10^-? raggiunta.

> Parametri per il modello di BCC:

Indice

- **Formalizzazione Metodologica**
  - Il 1° Pilastro
    - Calibratura Parametrica *Risk-Neutral*
    - *Pricing Risk-Neutral* alla scadenza dell'orizzonte temporale di riferimento
    - *Pricing* a Scadenza vs *Pricing* Iniziale
    - Un'Applicazione Concreta via Heston-BCC
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza per Prodotti A Obiettivo di Rendimento/Protetti

Il set di parametri calibrati con metodologia *risk-neutral*

Il set di parametri calibrati con metodologia *risk-neutral*

> SSE(Heston,10^-?,nobound)
> Ottimizzazione riuscita. Accuratezza di 10^-? raggiunta.

> Parametri per il modello di Heston:

> SSE(BCC,10^-?,nobound)
> Ottimizzazione riuscita. Accuratezza di 10^-? raggiunta.

> Parametri per il modello di BCC:

Il set di parametri calibrati con metodologia *risk-neutral*

> SSE(Heston,10^-?,nobound)
> Ottimizzazione riuscita. Accuratezza di 10^-? raggiunta.

> Parametri per il modello di Heston:

> SSE(BCC,10^-?,nobound)
> Ottimizzazione riuscita. Accuratezza di 10^-? raggiunta.

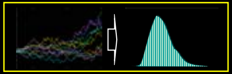
> Parametri per il modello di BCC:

via Monte Carlo

consente il *Pricing Risk-Neutral* alla scadenza dell'orizzonte temporale di riferimento per qualsiasi struttura (ad es. esotiche, *path-dependent*)

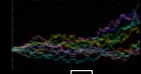
Il set di parametri calibrati con metodologia ***risk-neutral***

via Monte Carlo

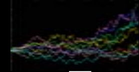


- Formalizzazione Metodologica
  - Il 1° Pilastro
    - Calibratura Parametrica *Risk-Neutral*
    - *Pricing Risk-Neutral* alla scadenza dell'orizzonte temporale di riferimento
    - *Pricing* a Scadenza vs *Pricing* Iniziale
    - Un'Applicazione Concreta via Heston-BCC
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza per Prodotti A Obiettivo di Rendimento/Protetti

Considerando per ogni traiettoria lo sconto temporale rispetto al tasso *risk-free*…

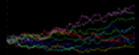


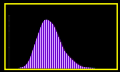
Considerando per ogni traiettoria lo sconto temporale rispetto al tasso *risk-free*…



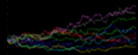
$$e^{-\int_t^T r_s ds}$$

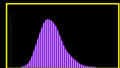
… e sommando i valori a scadenza scontati, ciascuno ponderato per la rispettiva probabilità …





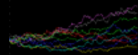
… e sommando i valori a scadenza scontati, ciascuno ponderato per la rispettiva probabilità …

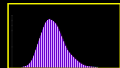




… si evidenzia la relazione 1:1 esistente, sotto la misura *risk-neutral*, tra il *pricing* a scadenza e il *pricing* al generico tempo *t*

… e sommando i valori a scadenza scontati, ciascuno ponderato per la rispettiva probabilità …



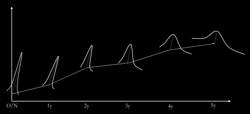


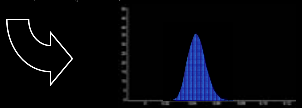
$$V_t = \frac{e^{-r(T-t)}}{2\pi} \int_{i\alpha-\infty}^{i\alpha+\infty} e^{-iz\ln K}\phi_T(-z) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-izx} w(x)\,dx\,dz$$

(Formula di Lewis (2001) per il *pricing* al tempo *t* di un generico derivato)

- Formalizzazione Metodologica
  - Il 1° Pilastro
    - Calibratura Parametrica *Risk-Neutral*
    - *Pricing Risk-Neutral* alla scadenza dell'orizzonte temporale di riferimento
    - *Pricing* a Scadenza vs *Pricing* Iniziale
    - Un'Applicazione Concreta via Heston-BCC
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza per Prodotti A Obiettivo di Rendimento/Protetti

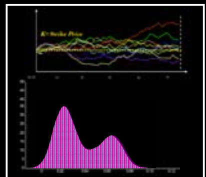
Step 1: Stima della Distribuzione di Probabilità del Valore del Capitale Nominale al termine dell'orizzonte temporale di riferimento



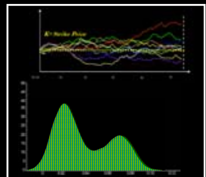


Step 2: Stima della Distribuzione di Probabilità del Valore del Capitale Investito del Prodotto al termine dell'orizzonte temporale di riferimento

Heston

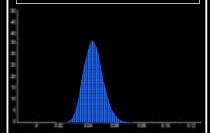


BCC

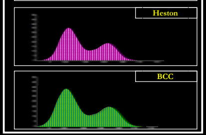


Step 3: Confronto con il *risk-free*

Distribuzione del rendimento dell'attività finanziaria priva di rischio



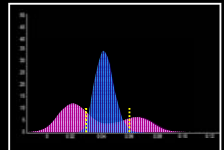
Distribuzione del rendimento del Capitale Investito



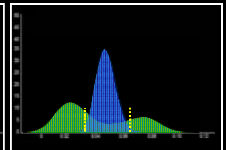
Step 3: Confronto con il *risk-free*

Analizzando le due distribuzioni di Probabilità …

Heston



BCC



Step 3: Confronto con il *risk-free*

… si ottiene il seguente

OUTPUT:

Heston

Scenario	Probabilità dell'evento	Valori Mediani
$r_t^{NAV} < 0$	*4,80%*	*97,44*
$r_t^{NAV} < {}_{\min}r_t^{rf}$	*52,10%*	*100,01*
${}_{\min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{\max}r_t^{rf}$	*18,42%*	*115,63*
$r_t^{NAV} > {}_{\max}r_t^{rf}$	*24,68%*	*135,07*

BCC

Scenario	Probabilità dell'evento	Valori Mediani
$r_t^{NAV} < 0$	*7,20%*	*96,92*
$r_t^{NAV} < {}_{\min}r_t^{rf}$	*48,81%*	*100,11*
${}_{\min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{\max}r_t^{rf}$	*16,2%*	*117,22*
$r_t^{NAV} > {}_{\max}r_t^{rf}$	*27,79%*	*137,56*

Step 3: Confronto con il *risk-free*

Osservazione

L'Unbundling e il Principio di Neutralità al Rischio

consentono sempre

il confronto probabilistico

con l'attività finanziaria priva di rischio

sull'Orizzonte Temporale d'Investimento Consigliato

IL RISCHIO-MODELLO

Heston

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	*4,80%*
$r_t^{NAV} < {}_{\min}r_t^{rf}$	*52,10%*
${}_{\min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{\max}r_t^{rf}$	*18,42%*
$r_t^{NAV} > {}_{\max}r_t^{rf}$	*24,68%*

BCC

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	*7,20%*
$r_t^{NAV} < {}_{\min}r_t^{rf}$	*48,81%*
${}_{\min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{\max}r_t^{rf}$	*16,20%*
$r_t^{NAV} > {}_{\max}r_t^{rf}$	*27,79%*

IL RISCHIO-MODELLO

Heston

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	*4,80%*
$r_t^{NAV} < {}_{\min}r_t^{rf}$	*52,10%*
${}_{\min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{\max}r_t^{rf}$	*18,42%*
$r_t^{NAV} > {}_{\max}r_t^{rf}$	*24,68%*

BCC

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	*7,20%*
$r_t^{NAV} < {}_{\min}r_t^{rf}$	*48,81%*
${}_{\min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{\max}r_t^{rf}$	*16,20%*
$r_t^{NAV} > {}_{\max}r_t^{rf}$	*27,79%*

Il 1° Pilastro: Un'Applicazione Concreta via Heston – BCC

IL RISCHIO-MODELLO

Heston

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	4,80%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	52,10%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	18,42%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	24,68%

$|\Delta| = 2,40\%$

BCC

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	7,20%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	48,81%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	16,20%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	27,79%

Il 1° Pilastro: Un'Applicazione Concreta via Heston – BCC

IL RISCHIO-MODELLO

Heston

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	4,80%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	52,10%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	18,42%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	24,68%

BCC

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	7,20%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	48,81%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	16,20%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	27,79%

Il 1° Pilastro: Un'Applicazione Concreta via Heston – BCC

IL RISCHIO-MODELLO

Heston

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	4,80%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	52,10%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	18,42%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	24,68%

$|\Delta| = 3,29\%$

BCC

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	7,20%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	48,81%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	16,20%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	27,79%

Il 1° Pilastro: Un'Applicazione Concreta via Heston – BCC

IL RISCHIO-MODELLO

Heston

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	4,80%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	52,10%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	18,42%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	24,68%

BCC

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	7,20%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	48,81%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	16,20%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	27,79%

Il 1° Pilastro: Un'Applicazione Concreta via Heston – BCC

IL RISCHIO-MODELLO

Heston

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	4,80%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	52,10%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	18,42%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	24,68%

$|\Delta| = 2,22\%$

BCC

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	7,20%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	48,81%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	16,20%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	27,79%

Il 1° Pilastro: Un'Applicazione Concreta via Heston – BCC

IL RISCHIO-MODELLO

Heston

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	4,80%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	52,10%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	18,42%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	24,68%

BCC

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	7,20%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	48,81%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	16,20%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	27,79%

Il 1° Pilastro: Un'Applicazione Concreta via Heston – BCC

IL RISCHIO-MODELLO

Heston

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	4,80%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	52,10%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	18,42%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	24,68%

$|\Delta| = 3,11\%$

BCC

Scenario	Probabilità dell'evento
$r_t^{NAV} < 0$	7,20%
$r_t^{NAV} < {}_{min}r_t^{rf}$	48,81%
${}_{min}r_t^{NAV} < r_t^{NAV} < {}_{max}r_t^{rf}$	16,20%
$r_t^{NAV} > {}_{max}r_t^{rf}$	27,79%

Il 1° Pilastro: Un'Applicazione Concreta via Heston – BCC

IL RISCHIO-MODELLO

Heston

BCC

Per ogni scenario:

$|\Delta| < 5\%$

Indice

- Formalizzazione Metodologica
  - Il 1° Pilastro
    - Calibratura Parametrica *Risk-Neutral*
    - *Pricing Risk-Neutral* alla scadenza dell'orizzonte temporale di riferimento
    - *Pricing* a Scadenza vs *Pricing* Iniziale
    - Un'Applicazione Concreta via Heston-BCC
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza per Prodotti A Obiettivo di Rendimento/Protetti

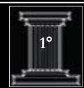
Il 1° Pilastro: Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza per Prodotti a Obiettivo di Rendimento/Protetti

Variabilità della composizione del portafoglio del fondo nel tempo

Esposizione al *Rischio di Migrazione* verso valori di probabilità prevalentemente in linea con il *risk-free asset*

Il 1° Pilastro: Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza per Prodotti a Obiettivo di Rendimento/Protetti

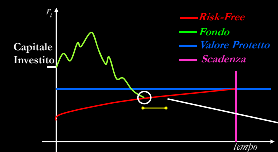
Scenari probabilistici di rendimento rispetto al *risk-free asset* nell'orizzonte temporale di riferimento e valori mediani per ciascuno scenario (c.d. Confronto con il *risk-free*)



Quando si realizza la migrazione?

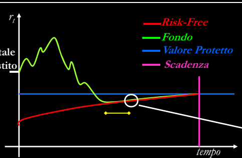
La migrazione si realizza quando l'andamento del prodotto coincide con quello dell'attività finanziaria priva di rischio

Il 1° Pilastro: Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza per Prodotti a Obiettivo di Rendimento/Protetti

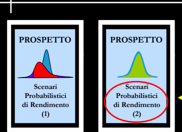


Realizzazione della Migrazione

Il 1° Pilastro: Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza per Prodotti a Obiettivo di Rendimento/Protetti



Realizzazione della Migrazione



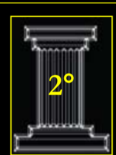
Aggiornamento del Prospetto

Indice

- Formalizzazione Metodologica
  - Il 2° Pilastro
    - Modelli Garch Diffusivi
      - Il Teorema della Convergenza Debole su R^2
      - Il Limite Diffusivo dell'M-GARCH(1,1)
      - L'Intervallo di Previsione
      - Altri Modelli
    - Calibratura degli Intervalli di Volatilità
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Periodo di Permanenza in una Nuova Classe di Rischio

Formalizzazione Metodologica: Il 2° Pilastro

Grado di Rischio	
	basso
	medio-basso
	medio
	medio-alto
	alto
	molto alto



Formalizzazione Metodologica: Il 2° Pilastro

Grado di Rischio	
	basso
	medio-basso
	medio
	medio-alto
	alto
	molto alto

Variabilità della Volatilità nel tempo

Mapping delle Classi di Rischio Qualitative

a corrispondenti Intervalli di Volatilità

Mapping delle Classi di Rischio Qualitative

a corrispondenti Intervalli di Volatilità

La Calibrazione degli Intervalli di Volatilità

con un livello di confidenza del 5% avviene attraverso

Modelli GARCH Diffusivi

- Formalizzazione Metodologica
  - Il 2° Pilastro
    - Modelli Garch Diffusivi
      - Il Teorema della Convergenza Debole su R²
      - Il Limite Diffusivo dell'M-GARCH(1,1)
      - L'Intervallo di Previsione
      - Altri Modelli
    - Calibratura degli Intervalli di Volatilità
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Periodo di Permanenza in una Nuova Classe di Rischio

Necessità di previsioni sulla volatilità basate
su modelli di volatilità stocastica

Necessità di previsioni sulla volatilità basate
su modelli di volatilità stocastica

ANALISI DELLE SERIE STORICHE DELLA VOLATILITÀ

LA SERIE STORICA DELLE VOLATILITÀ
VIENE MODELLATA ATTRAVERSO
IL LIMITE DIFFUSIVO DI PROCESSI GARCH

LA SERIE STORICA DELLE VOLATILITÀ
VIENE MODELLATA ATTRAVERSO
IL LIMITE DIFFUSIVO DI PROCESSI GARCH

Teorema della
Convergenza Debole

LA SERIE STORICA DELLE VOLATILITÀ
VIENE MODELLATA ATTRAVERSO
IL LIMITE DIFFUSIVO DI PROCESSI GARCH

Teorema della
Convergenza Debole

da: EQUAZIONI ALLE DIFFERENZE STOCASTICHE 

a: EQUAZIONI DIFFERENZIALI STOCASTICHE

via: RESTRIZIONE degli INTERVALLI TEMPORALI

- Formalizzazione Metodologica
  - Il 2° Pilastro
    - Modelli Garch Diffusivi
      - Il Teorema della Convergenza Debole su R²
      - Il Limite Diffusivo dell'M-GARCH(1,1)
      - L'Intervallo di Previsione
      - Altri Modelli
    - Calibratura degli Intervalli di Volatilità
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Periodo di Permanenza in una Nuova Classe di Rischio

L'ENUNCIATO

La sequenza $\{X_t^h\}$, il cui spazio misurabile è $(\mathbb{R}^2, \mathbb{B}(\mathbb{R}^2))$, converge debolmente per h↓0 al processo $\{X_t\}$ che ha un'unica distribuzione ed è caratterizzato dalla seguente equazione differenziale stocastica:

$$dX_t = b(x,t)dt + \sigma(x,t)dW_{2,t}$$

dove $W_{2,t}$ è un moto Browniano standard bidimensionale, se le condizioni 1-4, riportate di seguito, sono soddisfatte.

L'ENUNCIATO

Più esplicitamente, la sequenza $\{X_t^h\}$, composta dalle sequenze $\{X_{1,t}^h\}$ e $\{X_{2,t}^h\}$, ciascuna delle quali misurabile sullo spazio $(\mathbb{R}^1, \mathbb{B}(\mathbb{R}^1))$, converge debolmente per h↓0 al seguente sistema di equazioni differenziali stochastiche

$$\begin{aligned} dX_{1,t} &= b(x_1,t)dt + \sigma(x_1,t)dW_t \\ dX_{2,t} &= b(x_2,t)dt + \sigma(x_2,t)dW_t^* \end{aligned}$$

dove W_t e W_t^* sono due moti Browniani standard unidimensionali indipendenti tra loro, e $X_{1,t}$ e $X_{2,t}$ sono due processi indipendenti a valori in $\mathbb{R}^1$, se le condizioni 1-4, riportate di seguito, sono soddisfatte.

L'ENUNCIATO

Il processo $\{X_t\}$ ha una distribuzione indipendente dalla scelta di $\sigma(x,t)$ ed esso assume valori finiti su intervalli di tempo finiti, i.e. $\forall T > 0$:

$$P(\sup_{0 \leq t \leq T} \|X_t\| < \infty) = 1$$

LE CONDIZIONI

CONDIZIONE 1

Se esiste un δ>0 tale che:

$$\lim_{h \downarrow 0} \begin{pmatrix} c_{h,\delta}(x_1,t) \\ c_{h,\delta}(x_2,t) \end{pmatrix} = 0$$

LE CONDIZIONI

CONDIZIONE 1

Se esiste un δ>0 tale che:

$$\lim_{h \downarrow 0} \begin{pmatrix} c_{h,\delta}(x_1,t) \\ c_{h,\delta}(x_2,t) \end{pmatrix} = 0$$

allora esistono $a(x,t)$ e $b(x,t)$, misure continue che mappano rispettivamente da $\mathbb{R}^2 \times [0,\infty)$ nello spazio delle matrici di dimensione *2x2* semi-definite positive, e da $\mathbb{R}^2 \times [0,\infty)$ in $\mathbb{R}^2$, tali che:

$$\lim_{h \downarrow 0} \begin{pmatrix} b_h(x_1,t) \\ b_h(x_2,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b(x_1,t) \\ b(x_2,t) \end{pmatrix}$$

$$\lim_{h \downarrow 0} \begin{pmatrix} a_h(x_1,t) & a_h((x_1,x_2),t) \\ a_h((x_2,x_1),t) & a_h(x_2,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a(x_1,t) & 0 \\ 0 & a(x_2,t) \end{pmatrix}$$

LE CONDIZIONI

CONDIZIONE 2

Esiste $\sigma(x,t)$, una misura continua che mappa da $\mathbb{R}^2 \times [0,\infty)$ in $\mathbb{R}^2$ tale che $\forall x_1 \in \mathbb{R}^1, \forall x_2 \in \mathbb{R}^1$, vale:

$$\begin{pmatrix} \sigma(x_1,t) & 0 \\ 0 & \sigma(x_2,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{a(x_1,t)} & 0 \\ 0 & \sqrt{a(x_2,t)} \end{pmatrix}$$

LE CONDIZIONI

CONDIZIONE 3

Per h↓0, X_0^h converge in distribuzione a una variabile aleatoria X_0 che possiede una misura di probabilità v_0 sullo spazio $(\mathbb{R}^2, \mathbb{B}(\mathbb{R}^2))$

LE CONDIZIONI

CONDIZIONE 3

Per h ↓0, X_0^h converge in distribuzione a una variabile aleatoria X_0 che possiede una misura di probabilità v_0 sullo spazio $(\mathbb{R}^2, \mathcal{B}(\mathbb{R}^2))$

CONDIZIONE 4

v_0, $a(x,t)$ e $b(x,t)$ specificano univocamente la distribuzione del processo $\{X_t\}$, caratterizzato da una distribuzione iniziale v_0, da un momento secondo condizionato $a(x,t)$, e da una momento primo condizionato $b(x,t)$

- Formalizzazione Metodologica
  - Il 2° Pilastro
    - Modelli Garch Diffusivi
      - Il Teorema della Convergenza Debole su R[2]
      - Il Limite Diffusivo dell'M-GARCH(1,1)
      - L'Intervallo di Previsione
      - Altri Modelli
    - Calibratura degli Intervalli di Volatilità
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Periodo di Permanenza in una Nuova Classe di Rischio

L'ENUNCIATO

$$\begin{cases} X_k - X_{k-1} = \gamma \cdot (\eta - X_{k-1}) + \sigma_k \tilde{Z}_k \\ \text{e} \\ \ln \sigma_{k+1}^2 - \ln \sigma_k^2 = \beta_0^{(k)} + (\beta_1^{(k)} - 1)\ln \sigma_k^2 + \beta_1^{(k)} \ln Z_k^2 \\ \text{o, equivalentemente:} \\ \ln \sigma_{k+1}^2 - \ln \sigma_k^2 = \beta_0^{(k)} + (\beta_1^{(k)} - 1)\ln \sigma_k^2 + 2\beta_1^{(k)} \ln |Z_k| \end{cases}$$

$\tilde{Z}_k$ e Z_k sono i.i.d. *N(0,1)*

L'ENUNCIATO

$$\begin{cases} X_k - X_{k-1} = \gamma \cdot (\eta - X_{k-1}) + \sigma_k \tilde{Z}_k \\ \text{e} \\ \ln \sigma_{k+1}^2 - \ln \sigma_k^2 = \beta_0^{(k)} + (\beta_1^{(k)} - 1)\ln \sigma_k^2 + \beta_1^{(k)} \ln Z_k^2 \\ \text{o, equivalentemente:} \\ \ln \sigma_{k+1}^2 - \ln \sigma_k^2 = \beta_0^{(k)} + (\beta_1^{(k)} - 1)\ln \sigma_k^2 + 2\beta_1^{(k)} \ln |Z_k| \end{cases}$$

$\tilde{Z}_k$ e Z_k sono i.i.d. *N(0,1)*

$$\boxed{\begin{aligned} dX_t &= q(\mu - X_t)dt + \sigma_t dW_t \\ d\ln \sigma_t^2 &= \left(\beta_0 + 2\beta_1 E(\ln|Z_t|) + (\beta_1 - 1)\ln \sigma_t^2\right)dt + 2\beta_1 \sqrt{Var(\ln|Z_t|)}\,dW_t^* \end{aligned}}$$

Z_t è *N(0,1)*

LA DIMOSTRAZIONE

STEP 1:
IL *RE-SCALING* DEL PROCESSO
I *k* intervalli vengono divisi in *1/h* sotto-intervalli, ciascuno di lunghezza *h*

*L'attenzione è rivolta all'equazione alle differenze per la volatilità. Per la convergenza della prima equazione cfr. Minenna 2001.

LA DIMOSTRAZIONE

STEP 1:
IL *RE-SCALING* DEL PROCESSO
I *k* intervalli vengono divisi in *1/h* sotto-intervalli, ciascuno di lunghezza *h*

⇓

$$\ln \sigma_{(k+1)h}^2 - \ln \sigma_{kh}^2$$
$$=$$
$$\beta_{0h} + (\beta_{1h} - h)\ln \sigma_{kh}^2 + 2\beta_{1h}\left\{\sqrt{h}\left[\ln|Z_k| - E(\ln|Z_k|)\right] + E(\ln|Z_k|)\right\}$$

*L'attenzione è rivolta all'equazione alle differenze per la volatilità. Per la convergenza della prima equazione cfr. Minenna 2001.

LA DIMOSTRAZIONE

STEP 2:
LA COSTRUZIONE DEL PROCESSO $\left\{\ln \sigma_t^{2^h}\right\}$

Definizione della misura di probabilità P_h sullo spazio di Skorokhod *D* tale che:

$P_h(\ln \sigma_0^{2^h} \in \Gamma) = v_0(\Gamma) \qquad \forall \Gamma \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^1)$

$P_h(\ln \sigma_t^{2^h} = \ln \sigma_{kh}^2, \quad \forall\, kh \le t < (k+1)h) = 1$

$P_h(\ln \sigma_{(k+1)h}^2 \in \Gamma | \hat{\Im}_{kh}) = \Pi_{h,kh}(\ln \sigma_{kh}^2, \Gamma)$ q.c. sotto P_h, $\forall k \ge 0$, $\forall \Gamma \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^1)$

LA DIMOSTRAZIONE

STEP 2:
LA COSTRUZIONE DEL PROCESSO $\left\{\ln \sigma_t^{2^h}\right\}$

Definizione della misura di probabilità P_h sullo spazio di Skorokhod *D* tale che:

$P_h(\ln \sigma_0^{2^h} \in \Gamma) = v_0(\Gamma) \qquad \forall \Gamma \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^1)$

$P_h(\ln \sigma_t^{2^h} = \ln \sigma_{kh}^2, \quad \forall\, kh \le t < (k+1)h) = 1$

$P_h(\ln \sigma_{(k+1)h}^2 \in \Gamma | \hat{\Im}_{kh}) = \Pi_{h,kh}(\ln \sigma_{kh}^2, \Gamma)$ q.c. sotto P_h, $\forall k \ge 0$, $\forall \Gamma \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^1)$

⇓

$$\ln \sigma_{t+1}^{2^h} - \ln \sigma_t^{2^h}$$
$$=$$
$$\beta_{0h} + (\beta_{1h} - h)\ln \sigma_t^{2^h} + 2\beta_{1h}\left\{\sqrt{h}\left[\ln|Z_t^h| - E(\ln|Z_t^h|)\right] + E(\ln|Z_t^h|)\right\}$$

LA DIMOSTRAZIONE

STEP 2: Un'idea qualitativa

I punti rotondi sono il processo $\left\{\ln \sigma_{kh}^2\right\}$
La linea orizzontale è il processo $\left\{\ln \sigma_t^{2^h}\right\}$

LA DIMOSTRAZIONE

STEP 3:
VERIFICA DELLA CONDIZIONE 1 DEL TEOREMA DELLA CONVERGENZA DEBOLE
Individuazione dei valori di β_{0h} e di β_{1h} che
garantiscono la convergenza dei momenti condizionati

LA DIMOSTRAZIONE

STEP 3:
VERIFICA DELLA CONDIZIONE 1 DEL TEOREMA DELLA CONVERGENZA DEBOLE
Individuazione dei valori di β_{0h} e di β_{1h} che
garantiscono la convergenza dei momenti condizionati

$$\left.\begin{aligned} \beta_{0h} &:= \beta_0 \cdot h \\ \beta_{1h} &:= \beta_1 \cdot h \end{aligned}\right\} \Longleftrightarrow \begin{cases} \lim\limits_{h\downarrow 0} c_{h,\delta=1}(\widehat{\ln \sigma^2}, t) = 0 \\ \lim\limits_{h\downarrow 0} b_h(\widehat{\ln \sigma^2}, t) = (\beta_0 + 2\beta_1 \mathbf{E}(\ln|Z_t|) + (\beta_1 - 1)\ln \sigma_t^2) \\ \lim\limits_{h\downarrow 0} a_h(\widehat{\ln \sigma^2}, t) = 4\beta_1^2 Var(\ln|Z_t|) \end{cases}$$

LA DIMOSTRAZIONE

STEP 3:
VERIFICA DELLE CONDIZIONI 2, 3 E 4
DEL TEOREMA DELLA CONVERGENZA DEBOLE

LA DIMOSTRAZIONE

STEP 3:
VERIFICA DELLE CONDIZIONI 2, 3 E 4
DEL TEOREMA DELLA CONVERGENZA DEBOLE

⇓

- La **Condizione 2 è verificata per ogni σ>0, i.e.:**

$$\sigma(\widehat{\ln \sigma^2}, t) = 2|\beta_1|\sqrt{Var(\ln|Z_t|)}$$

- **La Condizione 3 è evidentemente soddisfatta per costruzione dal processo** $\left\{\ln \sigma_t^{2^h}\right\}$
- **Conseguentemente, anche la Condizione 4 è verificata.**

Q.E.D.

- Formalizzazione Metodologica
  - Il 2° Pilastro
    - Modelli Garch Diffusivi
      - Il Teorema della Convergenza Debole su R[2]
      - Il Limite Diffusivo dell'M-GARCH(1,1)
      - L'Intervallo di Previsione
      - Altri Modelli
    - Calibratura degli Intervalli di Volatilità
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Periodo di Permanenza in una Nuova Classe di Rischio

Partendo dal Limite Diffusivo del Modello GARCH
è possibile stabilire
un *Intervallo di Previsione per* σ_t

L' E.D.S. OTTENUTA DALL'M-GARCH(1,1)

$$\boxed{d\ln \sigma_t^2 = \left(\beta_0 + 2\beta_1 E(\ln|Z_t|) + (\beta_1 - 1)\ln \sigma_t^2\right)dt + 2\beta_1\sqrt{Var(\ln|Z_t|)}\,dW_t^*}$$

L' E.D.S. OTTENUTA DALL'M-GARCH(1,1)

$$d\ln\sigma_t^2 = \left(\beta_0 + 2\beta_1 E(\ln|Z_t|) + (\beta_1 - 1)\ln\sigma_t^2\right)dt + 2\beta_1\sqrt{Var(\ln|Z_t|)}\,dW_t^*$$

$$\ln\sigma_t^2 \sim N\left[\left(\ln\sigma_{t-1}^2 + \frac{\beta_0+2\beta_1E(\ln|Z_t|)}{(\beta_1-1)}\right)e^{(\beta_1-1)} - \frac{\beta_0+2\beta_1E(\ln|Z_t|)}{(\beta_1-1)};\ \sqrt{\frac{\left(2|\beta_1|\sqrt{Var(\ln|Z_t|)}\right)^2}{2(\beta_1-1)}\left(e^{2(\beta_1-1)}-1\right)}\right]$$

L' E.D.S. OTTENUTA DALL'M-GARCH(1,1)

La relazione tra l'Equazione alle Differenze Stocastica e l'Equazione Differenziale Stocastica

$$\ln\sigma_{k+1}^2 - \ln\sigma_k^2 = \beta_0^{(k)} + (\beta_1^{(k)} - 1)\ln\sigma_k^2 + 2\beta_1^{(k)}\ln|Z_k|$$

L' E.D.S. OTTENUTA DALL'M-GARCH(1,1)

La relazione tra l'Equazione alle Differenze Stocastica e l'Equazione Differenziale Stocastica

$$\ln\sigma_{k+1}^2 - \ln\sigma_k^2 = \beta_0^{(k)} + (\beta_1^{(k)} - 1)\ln\sigma_k^2 + 2\beta_1^{(k)}\ln|Z_k|$$

$$\Updownarrow$$

$$d\ln\sigma_t^2 = \left(\beta_0 + 2\beta_1 E(\ln|Z_t|) + (\beta_1 - 1)\ln\sigma_t^2\right)dt + 2\beta_1\sqrt{Var(\ln|Z_t|)}\,dW_t^*$$

L' E.D.S. OTTENUTA DALL'M-GARCH(1,1)

Matching dei Primi due Momenti Condizionati

L' E.D.S. OTTENUTA DALL'M-GARCH(1,1)

Matching dei Primi due Momenti Condizionati

$$\ln\sigma_{k+1}^2 - \ln\sigma_k^2$$
$$=$$
$$\left(e^{(\beta_1-1)}-1\right)\left(\frac{\beta_0+2\beta_1E(\ln|Z_t|)}{(\beta_1-1)}\right) + \left(e^{(\beta_1-1)}-1\right)\ln\sigma_k^2 + 2\left(e^{(\beta_1-1)}-1\right)\ln|Z_k|$$

L' E.D.S. OTTENUTA DALL'M-GARCH(1,1)

Il Metodo della Massima Verosimiglianza

L' E.D.S. OTTENUTA DALL'M-GARCH(1,1)

Il Metodo della Massima Verosimiglianza

$$\ln\sigma_{k+1}^2 - \ln\sigma_k^2 = \hat{a} + \hat{b}\ln\sigma_k^2 + e_k$$

L' E.D.S. OTTENUTA DALL'M-GARCH(1,1)

Il Metodo della Massima Verosimiglianza

$$\ln\sigma_{k+1}^2 - \ln\sigma_k^2 = \hat{a} + \hat{b}\ln\sigma_k^2 + e_k$$

$$\beta_0 = f_1\left(\hat{a},\hat{b}\right)$$

$$\beta_1 = f_2\left(\hat{a},\hat{b}\right)$$

$$2\beta_1\sqrt{Var(\ln|Z_t|)} = f_3\left(\hat{a},\hat{b},e_k\right)$$

DETERMINAZIONE DELL'INTERVALLO

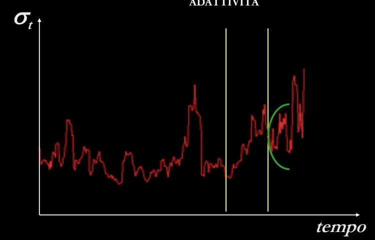
$$P\begin{pmatrix} -z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\left(2|\beta_1|\sqrt{Var(\ln|Z_t|)}\right)^2}{2(\beta_1-1)}\left(e^{2(\beta_1-1)}-1\right)} + \left(\ln\sigma_{t-1}^2 + \frac{\beta_0+2\beta_1E(\ln|Z_t|)}{(\beta_1-1)}\right)e^{(\beta_1-1)} - \frac{\beta_0+2\beta_1E(\ln|Z_t|)}{(\beta_1-1)} \\ \le \ln\sigma_t^2 \le \\ z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\left(2|\beta_1|\sqrt{Var(\ln|Z_t|)}\right)^2}{2(\beta_1-1)}\left(e^{2(\beta_1-1)}-1\right)} + \left(\ln\sigma_{t-1}^2 + \frac{\beta_0+2\beta_1E(\ln|Z_t|)}{(\beta_1-1)}\right)e^{(\beta_1-1)} - \frac{\beta_0+2\beta_1E(\ln|Z_t|)}{(\beta_1-1)} \end{pmatrix} = \alpha$$

DETERMINAZIONE DELL'INTERVALLO

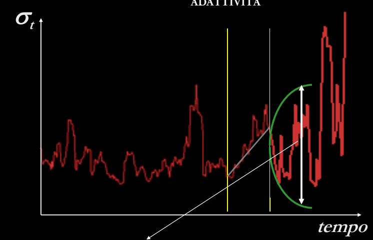
$$P\begin{pmatrix} -z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\left(2|\beta_1|\sqrt{Var(\ln|Z_t|)}\right)^2}{2(\beta_1-1)}\left(e^{2(\beta_1-1)}-1\right)} + \left(\ln\sigma_{t-1}^2 + \frac{\beta_0+2\beta_1E(\ln|Z_t|)}{(\beta_1-1)}\right)e^{(\beta_1-1)} - \frac{\beta_0+2\beta_1E(\ln|Z_t|)}{(\beta_1-1)} \\ \le \ln\sigma_t^2 \le \\ z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\left(2|\beta_1|\sqrt{Var(\ln|Z_t|)}\right)^2}{2(\beta_1-1)}\left(e^{2(\beta_1-1)}-1\right)} + \left(\ln\sigma_{t-1}^2 + \frac{\beta_0+2\beta_1E(\ln|Z_t|)}{(\beta_1-1)}\right)e^{(\beta_1-1)} - \frac{\beta_0+2\beta_1E(\ln|Z_t|)}{(\beta_1-1)} \end{pmatrix} = \alpha$$

$$\left[\sigma_{t,\min}^G, \sigma_{t,\max}^G\right]$$
$$=$$

ADATTIVITÀ



ADATTIVITÀ



Indice

- **Formalizzazione Metodologica**
  - Il 2° Pilastro
    - Modelli Garch Diffusivi
      - Il Teorema della Convergenza Debole su R²
      - Il Limite Diffusivo dell'M-GARCH(1,1)
      - L'Intervallo di Previsione
      - Altri Modelli
    - Calibratura degli Intervalli di Volatilità
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Periodo di Permanenza in una Nuova Classe di Rischio

PROCEDURA ANALOGA

IL LIMITE DIFFUSIVO DELL' E-GARCH(1,1)

Dato il modello E-GARCH(1,1):

$$\ln\sigma_{k+1}^2 - \ln\sigma_k^2 = \beta_0^{(k)} + \beta_1^{(k)}\ln\sigma_k^2 + \beta_2^{(k)}(|Z_k| + \vartheta Z_k)$$

Z_k è *N(0,1)*

il suo limite diffusivo è:

$$d\ln\sigma_t^2 = \left[\alpha_0 + \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\left(\alpha_4 + \frac{\alpha_5}{2}\right) - \alpha_4 - \alpha_5 - \alpha_1 - 1 + (\alpha_1 - 1)\ln\sigma_t^2\right]dt - \frac{\alpha_5}{2}dW_t + \left|\alpha_4 + \frac{\alpha_5}{2}\right|\sqrt{\frac{\pi-2}{\pi}}dW_t^*$$

PROCEDURA ANALOGA

IL LIMITE DIFFUSIVO DELL' E-GARCH(1,1)

Dato il modello E-GARCH(1,1):

$$\ln\sigma_{k+1}^2 - \ln\sigma_k^2 = \beta_0^{(k)} + \beta_1^{(k)}\ln\sigma_k^2 + \beta_2^{(k)}(|Z_k| + \vartheta Z_k)$$

Z_k è *N(0,1)*

il suo limite diffusivo è:

$$d\ln\sigma_t^2 = \left[\alpha_0 + \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\left(\alpha_4 + \frac{\alpha_5}{2}\right) - \alpha_4 - \alpha_5 - \alpha_1 - 1 + (\alpha_1 - 1)\ln\sigma_t^2\right]dt - \frac{\alpha_5}{2}dW_t + \left|\alpha_4 + \frac{\alpha_5}{2}\right|\sqrt{\frac{\pi-2}{\pi}}dW_t^*$$

IL LIMITE DIFFUSIVO DELL' L-GARCH(1,1)

Dato il modello L-GARCH(1,1):

$$\sigma_{k+1}^2 - \sigma_k^2 = \omega + \sigma_k^2(\beta + \varpi Z_k^2 - 1)$$

Z_k è *N(0,1)*

il suo limite diffusivo è:

$$d\sigma_t^2 = [\omega + \vartheta\sigma_t^2]dt + \sqrt{2}\varpi\sigma_t^2 dW_t$$

Indice

- **Formalizzazione Metodologica**
  - Il 2° Pilastro
    - Modelli Garch Diffusivi
      - Il Teorema della Convergenza Debole su R²
      - Il Limite Diffusivo dell'M-GARCH(1,1)
      - L'Intervallo di Previsione
      - Altri Modelli
    - Calibratura degli Intervalli di Volatilità
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Periodo di Permanenza in una Nuova Classe di Rischio

Step 1: Definizione di Intervalli di Perdita del Prodotto

Cos'è la PERDITA in un investimento finanziario?

Step 1: Definizione di Intervalli di Perdita del Prodotto

Cos'è la PERDITA in un investimento finanziario?

PRINCIPIO DI
NEUTRALITÀ AL RISCHIO

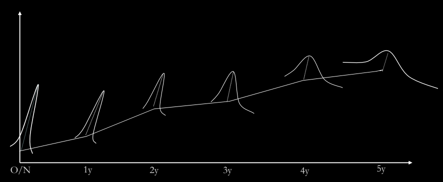
$\Downarrow$

$$\text{PERDITA} \in (-100\%, \overline{r^{rf}}\,]$$

$\overline{r^{rf}}$ = media della Distribuzione di Probabilità del tasso *risk-free*

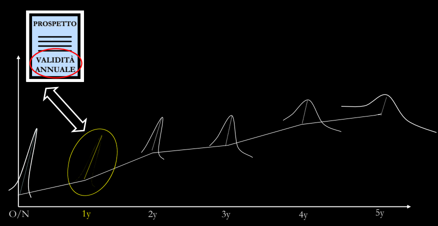
Step 1: Definizione di Intervalli di Perdita del Prodotto

Date la curva dei tassi *risk-free* e la relativa *volatility surface* ...



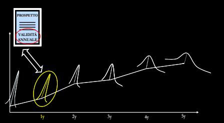
Step 1: Definizione di Intervalli di Perdita del Prodotto

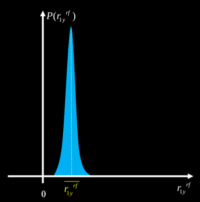
... si seleziona la Distribuzione di Probabilità del tasso *risk-free* a un anno ...



Step 1: Definizione di Intervalli di Perdita del Prodotto

... si seleziona la Distribuzione di Probabilità del tasso *risk-free* a un anno ...

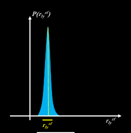


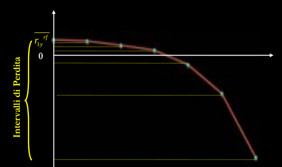


dove: $\overline{r_{1y}^{rf}}$ = media della Distribuzione di Probabilità del tasso *risk-free* a un anno

Step 1: Definizione di Intervalli di Perdita del Prodotto

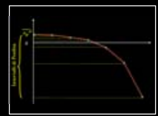
... e ad ogni Classe di Rischio Qualitativa si associa il corrispondente Intervallo di Perdita Annuale del Prodotto (multiplo di r_{1y}^{rf} secondo una funzione esponenziale) ...





Step 1: Definizione di Intervalli di Perdita del Prodotto

... ottenendo ...



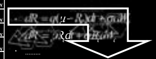
Classi di Rischio	Intervalli di Perdita L_{min}	L_{max}
basso	${}_0L_{1,min}$	${}_0L_{1,max}$
medio-basso	${}_0L_{2,min}$	${}_0L_{2,max}$
medio	${}_0L_{3,min}$	${}_0L_{3,max}$
medio-alto	${}_0L_{4,min}$	${}_0L_{4,max}$
alto	${}_0L_{5,min}$	${}_0L_{5,max}$
molto alto	${}_0L_{6,min}$	${}_0L_{6,max}$

Step 2: Mapping degli Intervalli di Perdita del Prodotto ai corrispondenti Intervalli di Volatilità del Prodotto

Classi di Rischio	Intervalli di Perdita L_{min}	L_{max}
basso	${}_0L_{1,min}$	${}_0L_{1,max}$
medio-basso	${}_0L_{2,min}$	${}_0L_{2,max}$
medio	${}_0L_{3,min}$	${}_0L_{3,max}$
medio-alto	${}_0L_{4,min}$	${}_0L_{4,max}$
alto	${}_0L_{5,min}$	${}_0L_{5,max}$
molto alto	${}_0L_{6,min}$	${}_0L_{6,max}$

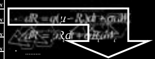
Step 2: Mapping degli Intervalli di Perdita del Prodotto ai corrispondenti Intervalli di Volatilità del Prodotto

Classi di Rischio	Intervalli di Perdita L_{min}	L_{max}
basso	${}_0L_{1,min}$	${}_0L_{1,max}$
medio-basso	${}_0L_{2,min}$	${}_0L_{2,max}$
medio	${}_0L_{3,min}$	${}_0L_{3,max}$
medio-alto	${}_0L_{4,min}$	${}_0L_{4,max}$
alto	${}_0L_{5,min}$	${}_0L_{5,max}$
molto alto	${}_0L_{6,min}$	${}_0L_{6,max}$



Step 2: Mapping degli Intervalli di Perdita del Prodotto ai corrispondenti Intervalli di Volatilità del Prodotto

Classi di Rischio	Intervalli di Perdita L_{min}	L_{max}
basso	${}_0L_{1,min}$	${}_0L_{1,max}$
medio-basso	${}_0L_{2,min}$	${}_0L_{2,max}$
medio	${}_0L_{3,min}$	${}_0L_{3,max}$
medio-alto	${}_0L_{4,min}$	${}_0L_{4,max}$
alto	${}_0L_{5,min}$	${}_0L_{5,max}$
molto alto	${}_0L_{6,min}$	${}_0L_{6,max}$



Classi di Rischio	Intervalli di Volatilità σ_{min}	σ_{max}
basso	${}_0\sigma_{1,min}$	${}_0\sigma_{1,max}$
medio-basso	${}_0\sigma_{2,min}$	${}_0\sigma_{2,max}$
medio	${}_0\sigma_{3,min}$	${}_0\sigma_{3,max}$
medio-alto	${}_0\sigma_{4,min}$	${}_0\sigma_{4,max}$
alto	${}_0\sigma_{5,min}$	${}_0\sigma_{5,max}$
molto alto	${}_0\sigma_{6,min}$	${}_0\sigma_{6,max}$

*Il pedice *0* che precede la volatilità indica che si tratta dell'intervallo iniziale, i.e. *ante* calibrazione

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

REQUISITI

- *Capacità di riflettere in modo robusto e significativo il grado di rischio "tipico" della corrispondente Classe Qualitativa*
- *Stabilità nel tempo anche a fronte di significative variazioni della curva dei tassi*

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

REQUISITI

- *Capacità di riflettere in modo robusto e significativo il grado di rischio "tipico" della corrispondente Classe Qualitativa*
- *Stabilità nel tempo anche a fronte di significative variazioni della curva dei tassi*

STRUMENTI

- *Modelli GARCH Diffusivi*
- *Tecniche di Programmazione Stocastica Non-Lineare*

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

Selezione di un Intervallo iniziale di Volatilità

Classi di Rischio	Intervalli di Volatilità σ_{min}	σ_{max}
basso	${}_0\sigma_{1,min}$	${}_0\sigma_{1,max}$
medio-basso	${}_0\sigma_{2,min}$	${}_0\sigma_{2,max}$
medio	${}_0\sigma_{3,min}$	${}_0\sigma_{3,max}$
medio-alto	${}_0\sigma_{4,min}$	${}_0\sigma_{4,max}$
alto	${}_0\sigma_{5,min}$	${}_0\sigma_{5,max}$
molto alto	${}_0\sigma_{6,min}$	${}_0\sigma_{6,max}$

$\Rightarrow$ $[{}_0\sigma_{4,min} \quad {}_0\sigma_{4,max}]$

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

Simulazione dell'andamento del Valore del Prodotto

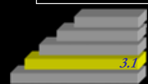
Equazione Differenziale Stocastica del Valore del Prodotto

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

Simulazione dell'andamento del Valore del Prodotto

E.D.S. $\Rightarrow$ **Quali Parametri?**

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità



Simulazione dell'andamento del Valore del Prodotto

E.D.S. $\Rightarrow$ **Quali Parametri?**

$\boxed{\text{Il Drift}}$

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

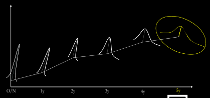
3.1 Simulazione dell'andamento del Valore del Prodotto

Principio della Neutralità al Rischio

$\text{Drift} = r^{rf}$

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.1 Simulazione dell'andamento del Valore del Prodotto

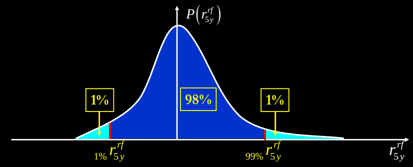


Robustezza degli Intervalli di Volatilità

$\text{Drift} = r^{rf}_{5y}$

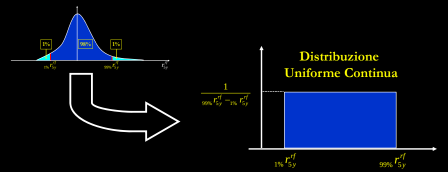
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.1 Simulazione dell'andamento del Valore del Prodotto



Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.1 Simulazione dell'andamento del Valore del Prodotto



Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.1 Simulazione dell'andamento del Valore del Prodotto

E.D.S. → Quali Parametri?

Il Coefficiente Diffusivo

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.1 Simulazione dell'andamento del Valore del Prodotto

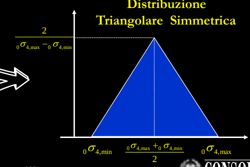
Intervallo di Volatilità Iniziale: $[{}_0\sigma_{4,min} \quad {}_0\sigma_{4,max}]$

Rappresentatività degli Intervalli di Volatilità

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.1 Simulazione dell'andamento del Valore del Prodotto

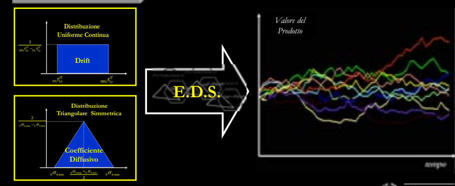
Intervallo di Volatilità Iniziale: $[{}_0\sigma_{4,min} \quad {}_0\sigma_{4,max}]$



Rappresentatività degli Intervalli di Volatilità

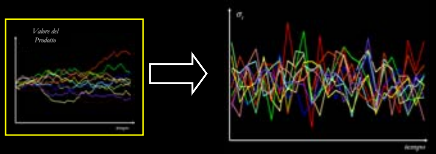
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.1 Simulazione dell'andamento del Valore del Prodotto



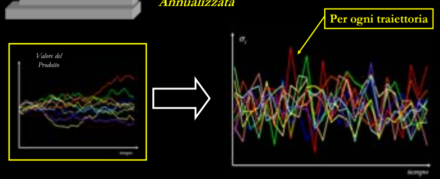
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.2 Calcolo della Serie Storica della Volatilità Annualizzata



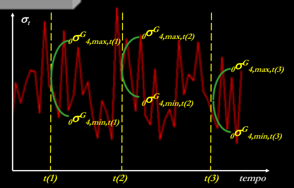
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.2 Calcolo della Serie Storica della Volatilità Annualizzata



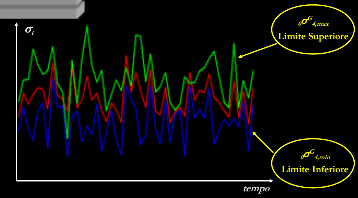
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.3 Banda di Previsione della Volatilità con Modelli GARCH Diffusivi



Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.3 Banda di Previsione della Volatilità con Modelli GARCH Diffusivi



Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.4 Validazione dell'Intervallo di Volatilità Iniziale

$[{}_0\sigma_{4,min} \quad {}_0\sigma_{4,max}]$

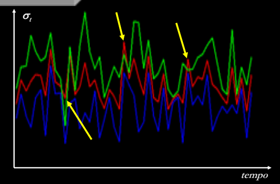
VS

$[{}_0\sigma^G_{4,min} \quad {}_0\sigma^G_{4,max}]$

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.4 Validazione dell'Intervallo di Volatilità Iniziale

Calcolo del numero di osservazioni esterne alla Banda



Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

3.4 Validazione dell'Intervallo di Volatilità Iniziale

Calcolo del numero di osservazioni esterne alla Banda

Traiettoria	n° oss. ni $\in [{}_0\sigma^G_{4,min} \quad {}_0\sigma^G_{4,max}]$	n° oss.ni $< {}_0\sigma^G_{4,min}$	n° oss.ni $> {}_0\sigma^G_{4,max}$
1			
2			
...			
n			
	Tot. $\in [{}_0\sigma^G_{4,min} \quad {}_0\sigma^G_{4,max}]$	Tot. $< {}_0\sigma^G_{4,min}$	Tot. $> {}_0\sigma^G_{4,max}$

Hp.: n° di osservazioni di σ_t = 250 per ogni traiettoria

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

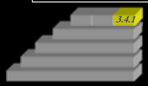
3.4 Validazione dell'Intervallo di Volatilità Iniziale

Numero di osservazioni esterne alla Banda in un anno

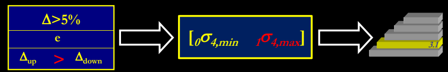
$$\Delta = \frac{[\text{Tot.} > {}_0\sigma^G_{4,max}] + [\text{Tot.} < {}_0\sigma^G_{4,min}]}{n*250}$$

$$\Delta_{up} = \frac{[\text{Tot.} > {}_0\sigma^G_{4,max}]}{n*250} \qquad \Delta_{down} = \frac{[\text{Tot.} < {}_0\sigma^G_{4,min}]}{n*250}$$

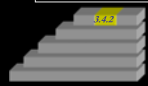
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità



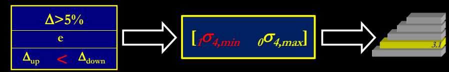
Aggiornamento dell'Intervallo di Volatilità iniziale
Iterazione della Procedura



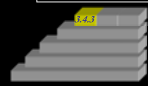
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità



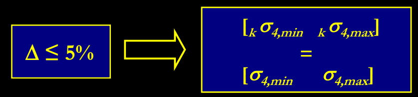
Aggiornamento dell'Intervallo di Volatilità iniziale
Iterazione della Procedura



Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità



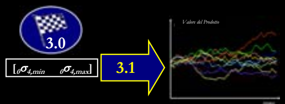
Fine della Procedura



k = n. di iterazioni effettuate

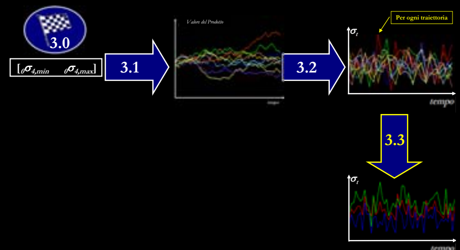
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

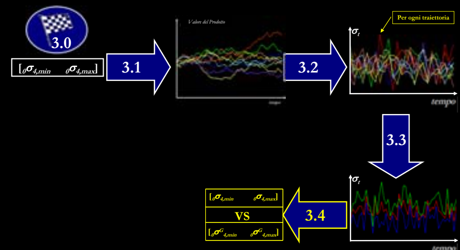


Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

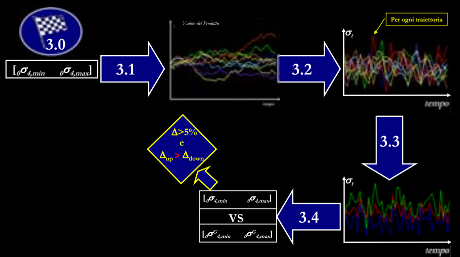
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità



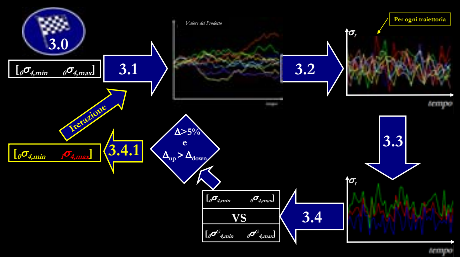
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità



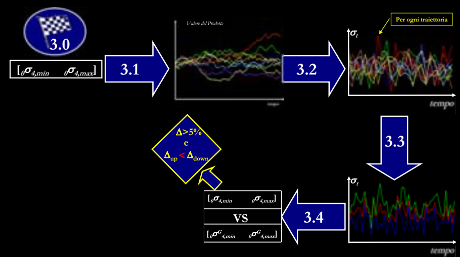
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità



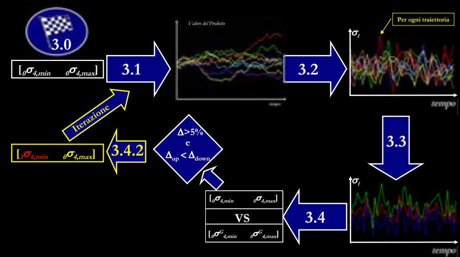
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità



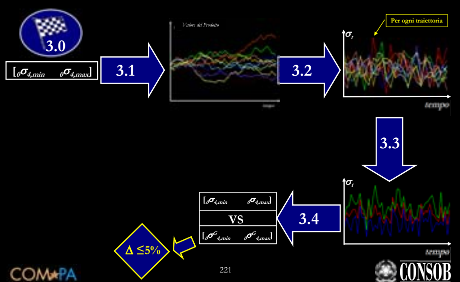
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità



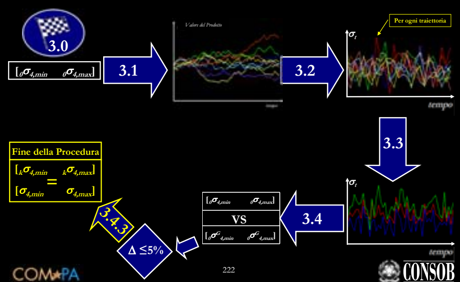
Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità



Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità



Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità



Step 3: *Fine-tuning* degli Intervalli di Volatilità

OUTPUT

Classi di Rischio	Intervalli di Volatilità	
	σ_{min}	σ_{max}
basso	*0,01%*	*0,49%*
medio-basso	*0,50%*	*1,59%*
medio	*1,60%*	*3,99%*
medio-alto	*4,00%*	*9,99%*
alto	*10,00%*	*24,99%*
molto alto	*25,00%*	*sopra 25,00%*

Indice

- **Formalizzazione Metodologica**
  - Il 2° Pilastro
    - Modelli Garch Diffusivi
      - Il Teorema della Convergenza Debole su R^2
      - Il Limite Diffusivo dell'M-GARCH(1,1)
      - L'Intervallo di Previsione
      - Altri Modelli
    - Calibratura degli Intervalli di Volatilità
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Periodo di Permanenza in una Nuova Classe di Rischio

Variabilità della Volatilità nel tempo

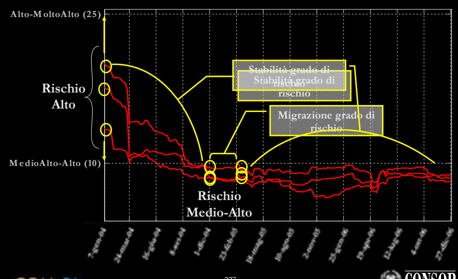
Esposizione al *Rischio di Migrazione* verso una classe di rischio diversa da quella inizialmente dichiarata nel Prospetto

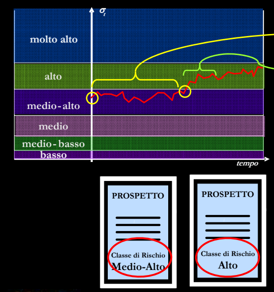
Grado di Rischio

- basso
- medio-basso
- medio
- medio-alto
- alto
- molto alto

Quando si realizza la migrazione?

La migrazione si realizza quando il prodotto permane per un periodo significativo fuori dalla classe di rischio qualitativa preventivamente dichiarata





Stabilità del grado di rischio

Passaggio in una nuova classe e permanenza per periodo significativo

Realizzazione della Migrazione

Aggiornamento del Prospetto

Indice

- Formalizzazione Metodologica
  - Il 2° Pilastro
    - Modelli Garch Diffusivi
      - Il Teorema della Convergenza Debole su R^2
      - Il Limite Diffusivo dell'M-GARCH(1,1)
      - L'Intervallo di Previsione
      - Altri Modelli
    - Calibratura degli Intervalli di Volatilità
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Periodo di Permanenza in una Nuova Classe di Rischio

Prospetto:
Classe di Rischio = medio-alto

Prospetto:
Classe di Rischio = medio-alto

Classi di Rischio	Intervalli di Volatilità σ_{min}	σ_{max}
basso	0,01%	0,49%
medio-basso	0,50%	1,59%
medio	1,60%	3,99%
medio-alto	4,00%	9,99%
alto	10,00%	24,99%
molto alto	25,00%	sopra 25,00%

Prospetto:
Classe di Rischio = medio-alto

Classi di Rischio	Intervalli di Volatilità σ_{min}	σ_{max}
basso	0,01%	0,49%
medio-basso	0,50%	1,59%
medio	1,60%	3,99%
medio-alto	4,00%	9,99%
alto	10,00%	24,99%
molto alto	25,00%	sopra 25,00%

$$[\sigma_{min} \quad \sigma_{max}] = [4,00\% \quad 9,99\%]$$

Drift:

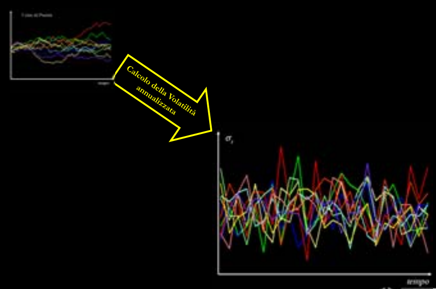
Principio di Neutralità al Rischio

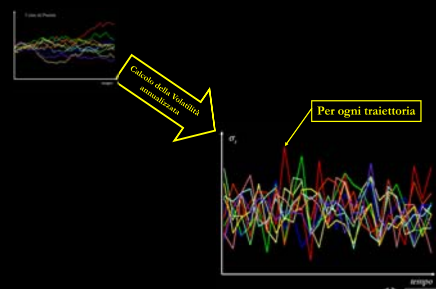
Coefficiente Diffusivo:
estrazione da Triangolare Simmetrica di parametri:
$[\sigma_{min} \quad \sigma_{max}] = [4,00\% \quad 9,99\%]$

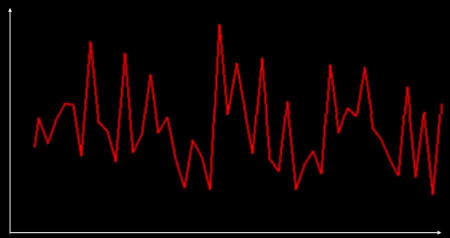
Drift:

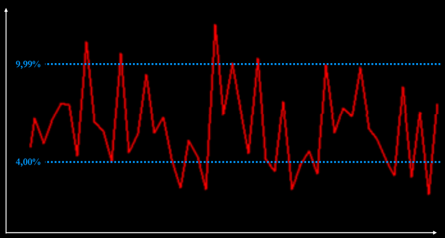
Principio di Neutralità al Rischio

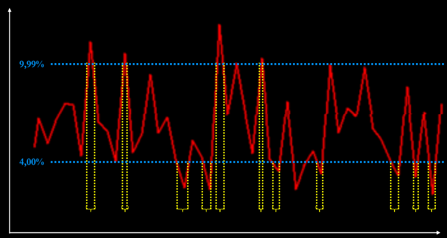
Coefficiente Diffusivo:
estrazione da Triangolare Simmetrica di parametri:
$[\sigma_{min} \quad \sigma_{max}] = [4,00\% \quad 9,99\%]$



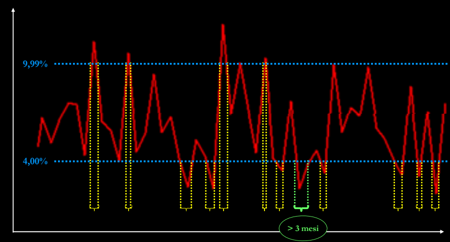






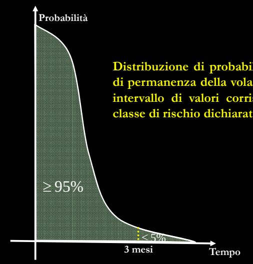


TUTTI I PERIODI DI PERMANENZA FUORI DALL'INTERVALLO DI VOLATILITÀ DELLA CLASSE MEDIO-ALTO EVIDENZIATI IN GIALLO SONO INFERIORI A 3 MESI



IL PERIODO DI PERMANENZA FUORI DALL'INTERVALLO DI VOLATILITÀ DELLA CLASSE MEDIO-ALTO EVIDENZIATO IN VERDE È SUPERIORE A 3 MESI

Iterando il calcolo per ogni traiettoria, si ottiene:



Distribuzione di probabilità dei periodi di permanenza della volatilità fuori dall' intervallo di valori corrispondente alla classe di rischio dichiarata in Prospetto

---

- Formalizzazione Metodologica
  - Il 3° Pilastro
    - I Prodotti a *Benchmark*
    - La *Delta-Vol* come Strumento di *Risk Management*
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Incoerenza col *Benchmark* e Informativa di Trasparenza

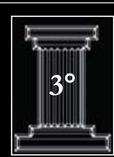
---

Stile gestionale:

Passivo | Attivo: contenuto, significativo, rilevante

Stile gestionale:

Passivo | Attivo: contenuto, significativo, rilevante



Intensità Variabile della Gestione Attiva rispetto al *Benchmark*

Delta-Vol: Misura di Scostamento dal *Benchmark* basata sulla Volatilità

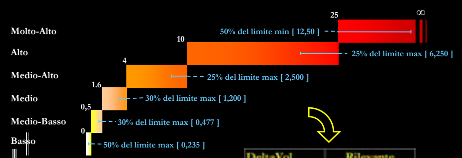
Delta-Vol: Misura di Scostamento dal *Benchmark* basata sulla Volatilità

$$\Delta\sigma = \sigma^P - \sigma^B$$

Mapping di ogni Intervallo di Volatilità a Intervalli di *Delta-Vol* per ogni grado qualitativo di scostamento dal *Benchmark*

Mapping di ogni Intervallo di Volatilità a Intervalli di *Delta-Vol* per ogni grado qualitativo di scostamento dal *Benchmark*

Gli Intervalli di *Delta-Vol* sono definiti attraverso misure collegate all'ampiezza di ciascuna classe di rischio …



DeltaVol	Rilevante	
Basso	-0,235	0,235
Medio Basso	-0,477	0,477
Medio	-1,200	1,200
Medio Alto	-2,500	2,500
Alto	-6,250	6,250
Molto Alto	-12,50	12,50

DeltaVol	Rilevante	
Basso	-0,235	0,235
Medio Basso	-0,477	0,477
Medio	-1,200	1,200
Medio Alto	-2,500	2,500
Alto	-6,250	6,250
Molto Alto	-12,50	12,50

-75%

Significativo	
-0,176	0,176
-0,358	0,358
-0,900	0,900
-1,875	1,875
-4,688	4,688
-9,375	9,375

-50%

Contenuto	
-0,118	0,118
-0,239	0,239
-0,600	0,600
-1,250	1,250
-3,125	3,125
-6,250	6,250

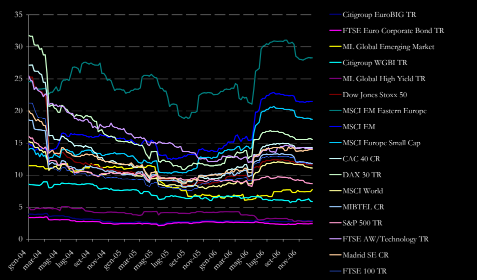
Classi di Rischio	Intervalli di Volatilità	
	σ_{min}	σ_{max}
basso	0,00%	0,49%
medio-basso	0,50%	1,59%
medio	1,60%	3,99%
medio-alto	4,00%	9,99%
alto	10,00%	24,99%
molto alto	25,00%	oltre 25,00%

Classi di Rischio	Intervalli di *Delta-Vol*					
	CONTENUTO		SIGNIFICATIVO		RILEVANTE	
	$\Delta\sigma_{min}$	$\Delta\sigma_{max}$	$\Delta\sigma_{min}$	$\Delta\sigma_{max}$	$\Delta\sigma_{min}$	$\Delta\sigma_{max}$
basso	-0,118	0,118	-0,176	0,176	-0,235	0,235
medio-basso	-0,239	0,239	-0,358	0,358	-0,477	0,477
medio	-0,600	0,600	-0,900	0,900	-1,200	1,200
medio-alto	-1,250	1,250	-1,875	1,875	-2,500	2,500
alto	-3,125	3,125	-4,688	4,688	-6,250	6,250
molto-alto	-6,250	6,250	-9,375	9,375	-12,500	12,50

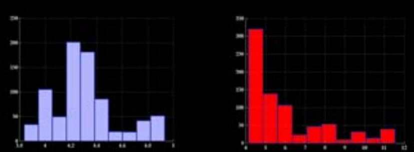
- Formalizzazione Metodologica
  - Il 3° Pilastro
    - I Prodotti a *Benchmark*
    - La *Delta-Vol* come Strumento di *Risk Management*
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Incoerenza col *Benchmark* e Informativa di Trasparenza

---

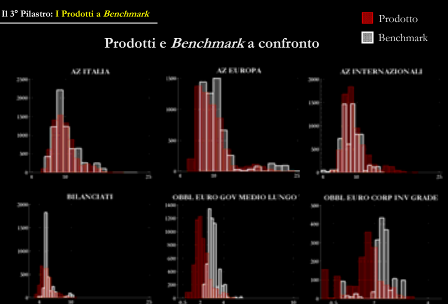
Plot delle Serie Storiche della Volatilità di alcuni *Benchmark*



Distribuzioni di probabilità storiche della Volatilità di alcuni *Benchmark*



Prodotti e *Benchmark* a confronto



La differenza tra la Distribuzione di Probabilità del *Benchmark* e quella del Prodotto è imputabile allo

Stile di Gestione

PASSIVO

ATTIVO

PASSIVO

Non vi è scostamento dal *Benchmark*

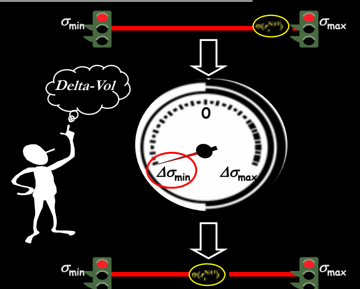
ATTIVO

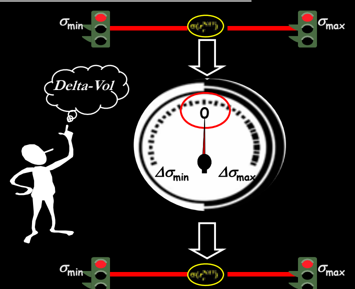
L'entità dello scostamento dal *Benchmark*

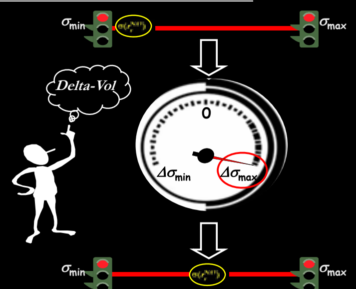
dipende dall' "intensità" della gestione attiva

Indice

- Formalizzazione Metodologica
  - Il 3° Pilastro
    - I Prodotti a *Benchmark*
    - La *Delta-Vol* come Strumento di *Risk Management*
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Incoerenza col *Benchmark* e Informativa di Trasparenza







Indice

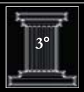
- Formalizzazione Metodologica
  - Il 3° Pilastro
    - I Prodotti a *Benchmark*
    - La *Delta-Vol* come Strumento di *Risk Management*
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Incoerenza col *Benchmark* e Informativa di Trasparenza

Intensità Variabile della Gestione Attiva

Esposizione al *Rischio di Migrazione* tra diversi gradi qualitativi di scostamento dal *Benchmark*

Stile gestionale:

Passivo	Attivo
	contenuto
	significativo
	rilevante



Quando si realizza la migrazione?

La migrazione si realizza nel momento in cui il Prodotto fuoriesce per un numero di volte significativo all'interno di un periodo prefissato dalla classe di *Delta-Vol* preventivamente dichiarata

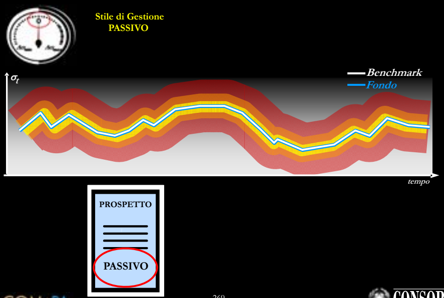
Stile di Gestione PASSIVO

Stile di Gestione ATTIVO

Stile di Gestione PASSIVO

$\Delta\sigma$ = 0 per Definizione:

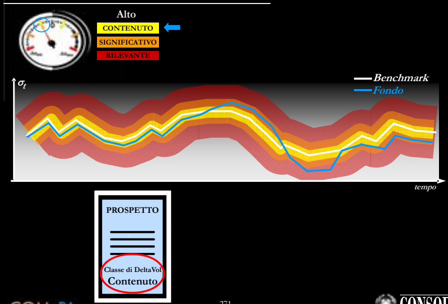
$\sigma_t^B = \sigma_t^F$

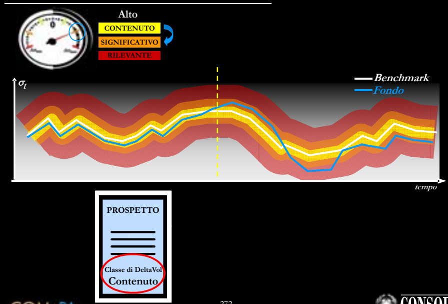


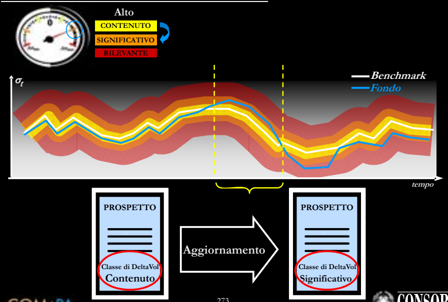
Manovra su $\Delta\sigma$:

$\sigma_t^B \mp \sigma_t^F$

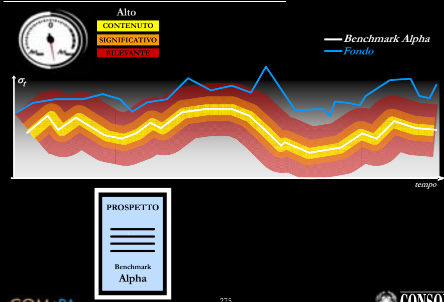
Stile di Gestione ATTIVO

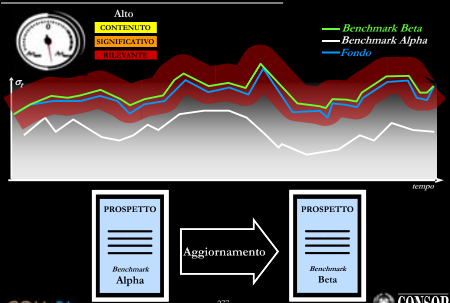






- Formalizzazione Metodologica
  - Il 3° Pilastro
    - I Prodotti a *Benchmark*
    - La *Delta-Vol* come Strumento di *Risk Management*
    - Rischio di Migrazione e Informativa di Trasparenza
    - Incoerenza col *Benchmark* e Informativa di Trasparenza





- Formalizzazione Metodologica
  - L'Orizzonte Temporale d'Investimento Consigliato

DEFINIZIONE

Periodo di permanenza nel Prodotto ritenuto adeguato dal soggetto offerente in considerazione del profilo di rischio dello stesso

La Determinazione dell'Orizzonte d'Investimento Consigliato …

… per i Prodotti A Obiettivo di Rendimento/Protetti e/o Garantiti
è **implicita** nella loro ingegnerizzazione finanziaria, in quanto:

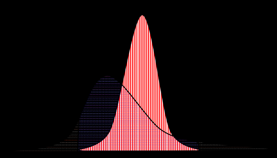
… per i Prodotti A Obiettivo di Rendimento/Protetti e/o Garantiti
è **implicita** nella loro ingegnerizzazione finanziaria, in quanto:

Orizzonte Temporale Consigliato
=
Orizzonte della Protezione e/o Garanzia

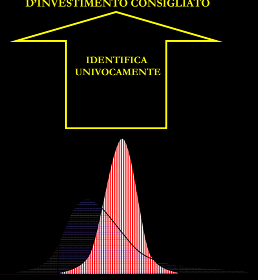
… per i Prodotti A Obiettivo di Rendimento/Protetti e/o Garantiti
è **implicita** nella loro ingegnerizzazione finanziaria, in quanto:

Orizzonte Temporale Consigliato
=
Orizzonte della Protezione e/o Garanzia

I.E.



L'ORIZZONTE TEMPORALE
D'INVESTIMENTO CONSIGLIATO



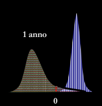
… per i Prodotti Flessibili o A *Benchmark* non garantiti
è calcolata in relazione al tempo (espresso in anni) impiegato per
recuperare almeno i costi

… per i Prodotti Flessibili o A *Benchmark* non garantiti
è calcolata in relazione al tempo (espresso in anni) impiegato per
recuperare almeno i costi

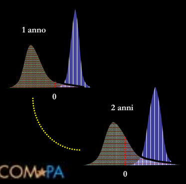
i.e.

per raggiungere un rendimento del capitale investito
almeno pari a ZERO…

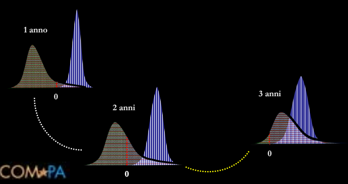
… si svolge secondo una procedura di ricerca iterativa basata sugli esiti del confronto probabilistico col *risk-free asset*:



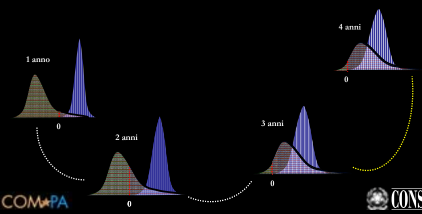
… si svolge secondo una procedura di ricerca iterativa basata sugli esiti del confronto probabilistico col *risk-free asset*:



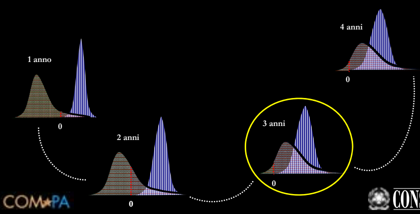
… si svolge secondo una procedura di ricerca iterativa basata sugli esiti del confronto probabilistico col *risk-free asset*:



… si svolge secondo una procedura di ricerca iterativa basata sugli esiti del confronto probabilistico col *risk-free asset*:



… si svolge secondo una procedura di ricerca iterativa basata sugli esiti del confronto probabilistico col *risk-free asset*:



Vista la centralità dell'**orizzonte temporale d'investimento consigliato**

Viste la centralità dell'**orizzonte temporale d'investimento consigliato**

… e la sua stretta relazione con gli scenari probabilistici di rendimento

Viste la centralità dell'**orizzonte temporale d'investimento consigliato**

… e la sua stretta relazione con gli scenari probabilistici di rendimento

… il 1° pilastro è comune a tutte le tipologie di Prodotti Strutturati

CONSOB
Commissione Nazionale per le Società e la Borsa

Comunicare ai Risparmiatori

Il Prospetto informativo: uno strumento per comprendere il profilo di rischio-rendimento dei fondi comuni d'investimento mobiliare e dei prodotti assicurativo-finanziari

COM PA 2008

Milano, 22 Ottobre 2008

Marcello Minenna