



Un approccio integrato alla *risk disclosure*

Marcello Minenna

Le opinioni espresse sono esclusivamente dell'autore

2 Approccio *risk-based*

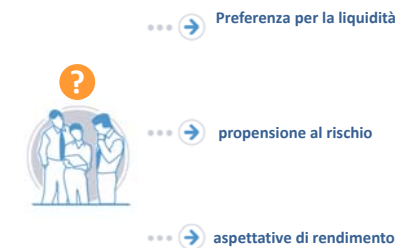
L'approccio di trasparenza *risk-based* qualifica il profilo di rischio dei prodotti non-*equity* tramite semplici **indicatori oggettivi** che ne sintetizzano le informazioni chiave. Si passa:

da
tradizionale descrizione narrativa
di tutti i possibili rischi associati
ad una "etichetta" predefinita

a
indicatori sintetici,
robusti, oggettivi
e ricostruibili a ritroso.

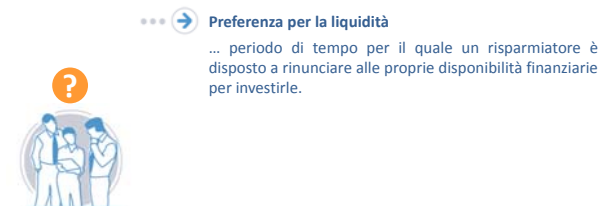
3 Approccio *risk-based*

Le informazioni chiave sono individuate al fine di rispondere alle domande che si pongono gli investitori all'atto dell'assunzione delle proprie scelte d'investimento:



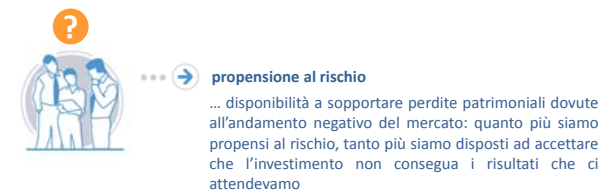
4 Approccio *risk-based*

Le informazioni chiave sono individuate al fine di rispondere alle domande che si pongono gli investitori all'atto dell'assunzione delle proprie scelte d'investimento:



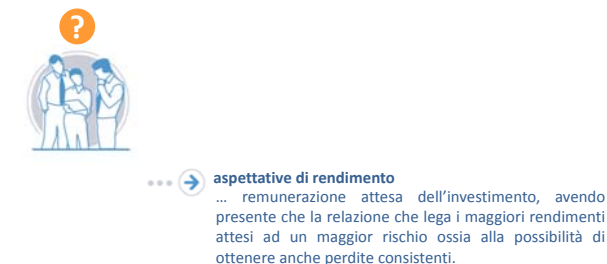
5 Approccio *risk-based*

Le informazioni chiave sono individuate al fine di rispondere alle domande che si pongono gli investitori all'atto dell'assunzione delle proprie scelte d'investimento:

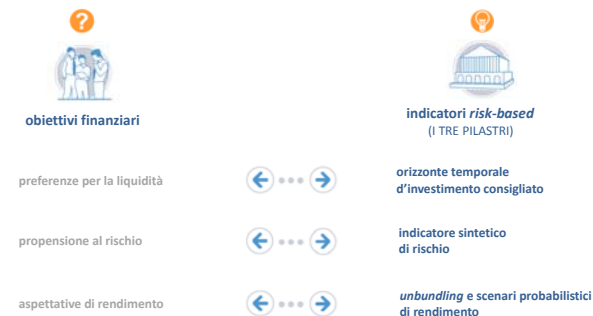


6 Approccio *risk-based*

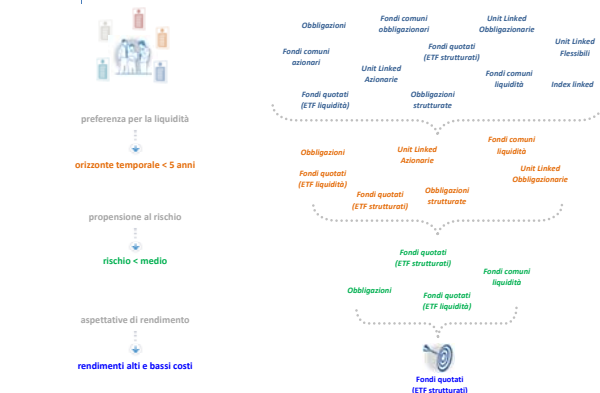
Le informazioni chiave sono individuate al fine di rispondere alle domande che si pongono gli investitori all'atto dell'assunzione delle proprie scelte d'investimento:



7 Approccio *risk-based*



8 Approccio *risk-based*



9 Approccio *risk-based*



10 Fattori di rischio

Qualificare il profilo di rischio di un prodotto richiede la stima di tutti i fattori di rischio connessi alla sua struttura finanziaria



VPPI
PRODUCT

ES: ETF strutturato di tipo VPPI volto a massimizzare i rendimenti, proteggendo il valore iniziale dell'investimento finanziario nel tempo, mediante tecniche di gestione che limitino secondo parametri predefiniti l'esposizione ai mercati azionari.

RISCHIO DI
CREDITO

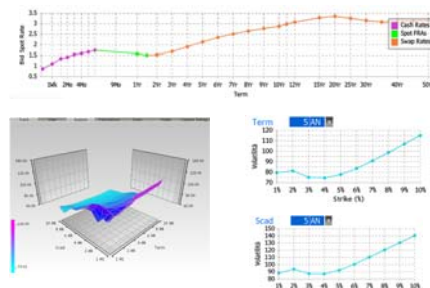
VOLATILITA'
DELLA CURVA
DEI TASSI

RISCHIO DI
MERCATO

11 Fattori di rischio

VOLATILITA'
DELLA CURVA
DEI TASSO

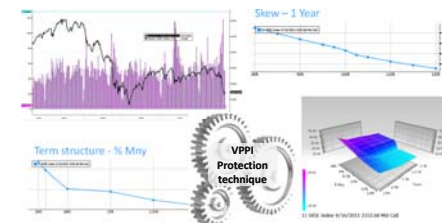
I dati di mercato vengono usati per stimare i fattori di rischio rilevanti connessi con la struttura finanziaria del prodotto



12 Fattori di rischio

RISCHIO DI
MERCATO

I dati di mercato vengono usati per stimare i fattori di rischio rilevanti connessi con la struttura finanziaria del prodotto



13 Approccio risk-based

INDICATORI RISK-BASED
(I TRE PILASTRI)

ORIZZONTE
TEMPORALE
D'INVESTIMENTO
CONSIGLIATO

INDICATORE SINTETICO DI
RISCHIO

SCOMPOSIZIONE DEL PREZZO
e
SCENARI PROBABILISTICI DI
RENDIMENTO

14 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

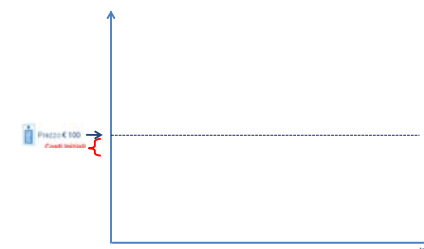
Da un punto di vista probabilistico l'evento da studiare è:

L'investimento recupera i costi iniziali ed i
costi ricorrenti almeno una volta

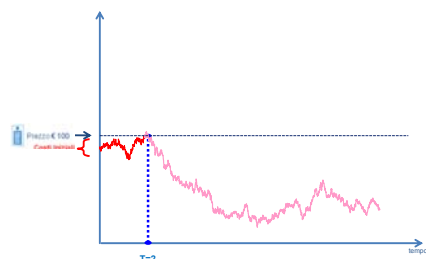
Che può essere calcolato attraverso il concetto di

Tempo di Primo Passaggio

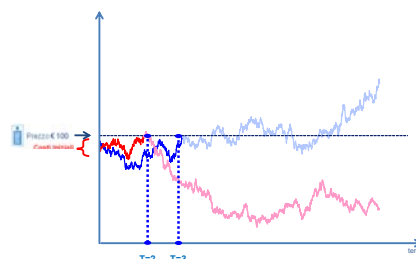
15 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato



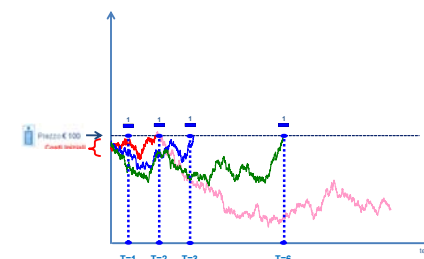
16 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato



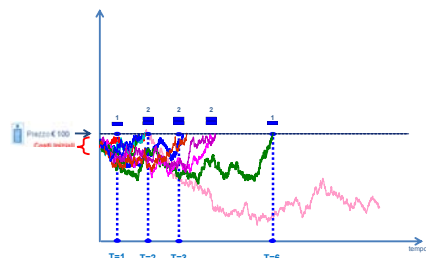
17 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato



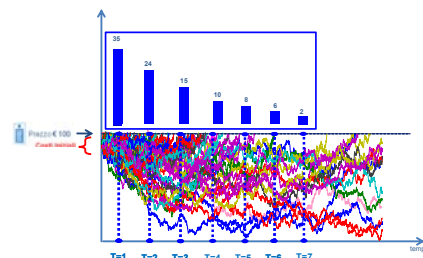
18 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato



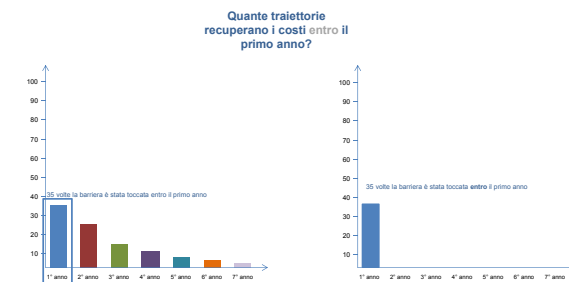
19 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato



20 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

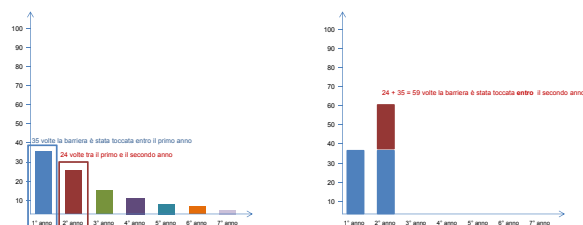


21 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato



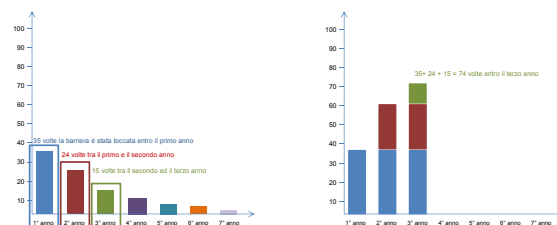
22 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Quante traiettorie recuperano i costi entro il primo anno?



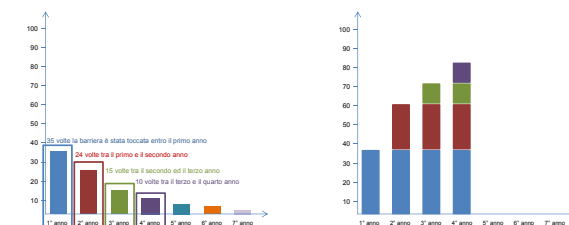
23 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Quante traiettorie recuperano i costi entro il primo anno?



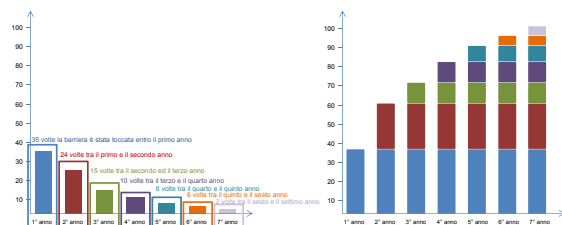
24 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Quante traiettorie recuperano i costi entro il primo anno?



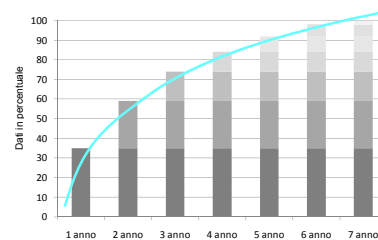
25 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Quante traiettorie recuperano i costi entro il primo anno?



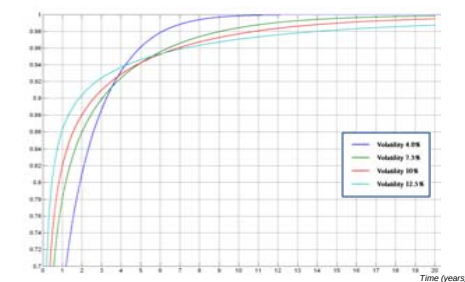
26 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Funzioni di distribuzione per un dato livello di volatilità e di costi



27 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Quando si considerano più funzioni di distribuzione, al variare delle volatilità e dei costi, emerge il problema di identificare correttamente un insieme di soglie minime:



28 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

In ogni caso, l'orizzonte temporale minimo di investimento consigliato...

$$T^* = \left\{ T \in \mathbb{N}^+ : P[t^* \leq T] = \alpha \right\}$$

... deve essere coerente con il principio

+ VOLATILITA' + ORIZZONTE TEMPORALE

Il modo corretto di risolvere il problema consiste nel definire una procedura operativa per selezionare opportunamente ciascuna soglia di confidenza in accordo col suddetto principio

29 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Relazione tra probabilità, volatilità e costi

I tempi di primo passaggio per il raggiungimento della barriera sono monitorati ad intervalli temporali infinitesimali:



dt → 0

$$T^* = \left\{ T \in \mathbb{N}^+ : P[t^* \leq T] = \alpha \right\}$$

$$P[t^* \leq T] = N \left(d_2 \left(\frac{CN}{CI_0} \right) \right) + \left(\frac{CN}{CI_0} \right)^{\frac{2(\bar{r}-cr)}{\sigma^2}-1} \cdot N \left(-d_2 \left(\frac{CN}{CI_0} \right) \right)$$

$$d_2(x) = \frac{\log x + \left(\bar{r} - cr - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$N(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

30 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Relazione tra probabilità, volatilità e costi

Proprietà asintotiche: $T \rightarrow \infty$

cr : costi ricorrenti in misura % fissa

$$\lim_{T \rightarrow \infty} P[t^* \leq T] = \begin{cases} 1 & \text{if } (\bar{r} - cr) \geq \frac{1}{2}\sigma^2 \\ \left(\frac{CN}{CI_0} \right)^{\frac{2(\bar{r}-cr)}{\sigma^2}-1} & \text{if } (\bar{r} - cr) < \frac{1}{2}\sigma^2 \end{cases}$$

31 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Relazione tra probabilità, volatilità e costi

Sotto le nostre ipotesi:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} P[t^* \leq T] = \begin{cases} 1 & \text{if } (\bar{r} - cr) \geq \frac{1}{2}\sigma^2 \\ \left(\frac{CN}{CI_0} \right)^{\frac{2(\bar{r}-cr)}{\sigma^2}-1} & \text{if } (\bar{r} - cr) < \frac{1}{2}\sigma^2 \end{cases}$$

Dato un livello di costi. È possibile derivare analiticamente la connessione tra volatilità e orizzonte temporale.

32 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Relazione tra probabilità, volatilità e costi

$T \rightarrow \infty, dt \rightarrow 0$

ANALISI DI SENSITIVITA' AL PRIMO ORDINE

$$\frac{dP}{d\sigma} = \left(-4 \frac{(\bar{r} - cr)}{\sigma^3} \ln \left(\frac{CN}{CI_0} \right) \left(\frac{CN}{CI_0} \right)^{\frac{2(\bar{r}-cr)}{\sigma^2}-1} \right)$$

CONDIZIONE ASINTOTICA AL PRIMO ORDINE

33 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Relazione tra probabilità, volatilità e costi

$T \rightarrow \infty, dt \rightarrow 0$

$$\frac{dP}{d\sigma} = \left(-4 \frac{(\bar{r} - cr)}{\sigma^3} \ln \left(\frac{CN}{CI_0} \right) \left(\frac{CN}{CI_0} \right)^{\frac{2(\bar{r}-cr)}{\sigma^2}-1} \right)$$

1. $(\bar{r} - cr) > 0 \Leftrightarrow \frac{dP}{d\sigma} < 0$
2. $(\bar{r} - cr) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{dP}{d\sigma} \geq 0$

L'esistenza di due relazioni comporta la necessità di investigare se entrambe producono un significato finanziario sotto la misura risk-neutral.

34 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Relazione tra probabilità, volatilità e costi

$$\frac{dP}{d\sigma} = \left(-4 \frac{\bar{r}}{\sigma^3} \ln \left(\frac{CN}{CI_0} \right) \left(\frac{CN}{CI_0} \right)^{\frac{2\bar{r}}{\sigma^2}-1} \right)$$

1. $\bar{r} > 0 \Leftrightarrow \frac{dP}{d\sigma} < 0$
2. $\bar{r} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{dP}{d\sigma} \geq 0$

cr = 0

Considerato che i costi ricorrenti qualificano lo specifico prodotto ed interferiscono con la verifica di quale delle due condizioni strutturali tra volatilità e orizzonte temporale sia valida, si ipotizza temporaneamente l'assenza di costi ricorrenti.

35 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Relazione tra probabilità, volatilità e costi

$$\frac{dP}{d\sigma} = \left(-4 \frac{\bar{r}}{\sigma^3} \ln \left(\frac{CN}{CI_0} \right) \left(\frac{CN}{CI_0} \right)^{\frac{2\bar{r}}{\sigma^2}-1} \right)$$

1. $\bar{r} > 0 \Leftrightarrow \frac{dP}{d\sigma} < 0$
2. $\bar{r} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{dP}{d\sigma} \geq 0$

cr = 0

Dato che in finanza il tasso di interesse r è sempre maggiore di zero si può concludere che solo la prima condizione qualifica correttamente la relazione tra volatilità ed orizzonte temporale.

36 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Relazione tra probabilità, volatilità e costi

$T \rightarrow \infty, dt \rightarrow 0$

$$\frac{dP}{d\sigma} = \left(-4 \frac{\bar{r}}{\sigma^3} \ln \left(\frac{CN}{CI_0} \right) \left(\frac{CN}{CI_0} \right)^{\frac{2\bar{r}}{\sigma^2}-1} \right)$$

1. $\bar{r} > 0 \Leftrightarrow \frac{dP}{d\sigma} < 0$
2. $\bar{r} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{dP}{d\sigma} \geq 0$

cr = 0

Per $T \rightarrow \infty$ la condizione asintotica 1. comporta la stretta decrescenza delle funzioni di ripartizione rispetto alla volatilità, i.e.:

$$\forall \sigma_i, \sigma_j \in \mathbb{N}^+, \sigma_j > \sigma_i \Rightarrow P(\sigma_j) < P(\sigma_i)$$

37 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Relazione tra probabilità, volatilità e costi

$$T \rightarrow \infty, dt \rightarrow 0$$

$$\frac{dP}{d\sigma} = \left(-4 \frac{\bar{r}}{\sigma^3} \ln \left(\frac{CN}{CI_0} \right) \left(\frac{CN}{CI_0} \right)^{\frac{2\bar{r}}{\sigma^2}-1} \right)$$

1. $\bar{r} > 0 \Leftrightarrow \frac{dP}{d\sigma} < 0$
2. $\bar{r} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{dP}{d\sigma} \geq 0$

$$cr = 0$$

In altri termini, a parità di livello di confidenza, al crescere della volatilità, aumenta l'orizzonte temporale di investimento consigliato:

+VOLATILITÀ + ORIZZONTE TEMPORALE CONSIGLIATO

38 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Relazione tra probabilità, volatilità e costi

$$T \rightarrow \infty, dt \rightarrow 0$$

$$\frac{d^2P}{d\sigma^2} = \frac{4}{\sigma^4} (\bar{r} - cr) \ln \left(\frac{CN}{CI_0} \right) \left(\frac{CN}{CI_0} \right)^{\frac{2(\bar{r}-cr)}{\sigma^2}-1} \cdot \left[1 + \frac{4(\bar{r} - cr)}{\sigma^2} \ln \left(\frac{CN}{CI_0} \right) \right]$$

$$(\bar{r} - cr) > 0 \Rightarrow \frac{d^2P}{d\sigma^2} > 0$$

CONDIZIONE ASINTOTICA DEL 2° ORDINE

Analisi di sensitività al 2° ordine

39 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

Relazione tra probabilità, volatilità e costi

$$T \rightarrow \infty, dt \rightarrow 0$$

$$\begin{cases} 1. (\bar{r} - cr) > 0 \Rightarrow \frac{dP}{d\sigma} < 0 \\ (\bar{r} - cr) > 0 \Rightarrow \frac{d^2P}{d\sigma^2} > 0 \end{cases}$$

$$\exists T^* \in [0, \infty[; \frac{dP}{d\sigma} = 0$$

$$2. (\bar{r} - cr) \leq 0 \Rightarrow \frac{dP}{d\sigma} \geq 0$$

In sintesi, alla fine dell'analisi asintotica in tempo continuo:

- Per $T \rightarrow \infty$, a parità di livello di confidenza, al crescere della volatilità aumenta l'orizzonte temporale di investimento consigliato;
- Esiste sempre un tempo finito minimo T^* , a partire dal quale vale la relazione forte

+VOLATILITÀ + ORIZZONTE TEMPORALE CONSIGLIATO

40 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE

Ipotesi di lavoro:

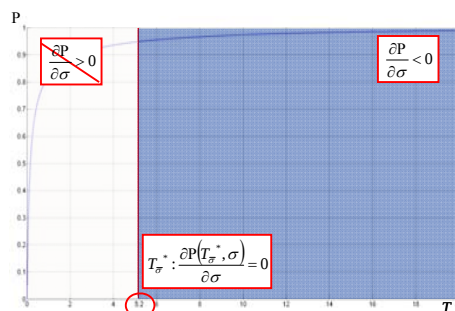
$$\begin{cases} T \rightarrow \infty \\ dt \rightarrow 0 \\ P(\infty, \sigma) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T \text{ finito} \\ dt \rightarrow 0 \\ P(T, \sigma) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1. (\bar{r} - cr) > 0 \Rightarrow \frac{dP}{d\sigma} < 0 \\ (\bar{r} - cr) > 0 \Rightarrow \frac{d^2P}{d\sigma^2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\bar{r} - cr) > 0 \Rightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\partial P(T, \sigma)}{\partial \sigma} < 0 \\ (\bar{r} - cr) > 0 \Rightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\partial^2 P(T, \sigma)}{\partial \sigma^2} > 0 \end{cases}$$

Al fine di determinare non in via teorica l'orizzonte temporale di investimento, è necessario abbandonare l'analisi asintotica qualificando la condizione 1. rispetto ad un tempo finito di riferimento.

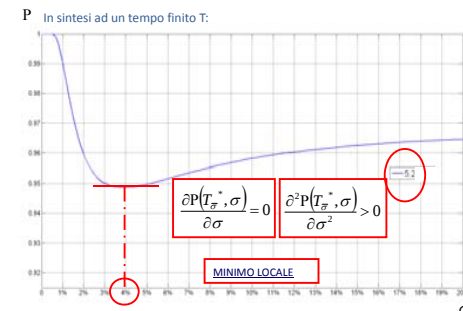
41 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE



42 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE

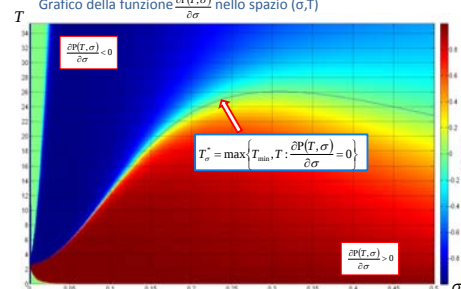


43 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE

ANALISI DI SENSITIVITA' AL PRIM'ORDINE

Grafico della funzione $\frac{\partial P(T, \sigma)}{\partial \sigma}$ nello spazio (sigma, T)



44 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE

ANALISI DI SENSITIVITA' AL SECONDO ORDINE

$$\frac{\partial^2 P(T, \sigma)}{\partial \sigma^2}$$

Data la condizione di monotonia della distribuzione di probabilità rispetto volatilità, i.e.:

$$\forall \sigma_i, \sigma_j \in \mathcal{N}^+, \sigma_j > \sigma_i \Rightarrow P(\infty, \sigma_j) < P(\infty, \sigma_i)$$

Al fine di soddisfare tale condizione, è necessario restringere l'analisi nella regione in cui la funzione di probabilità è strettamente crescente, i.e.:

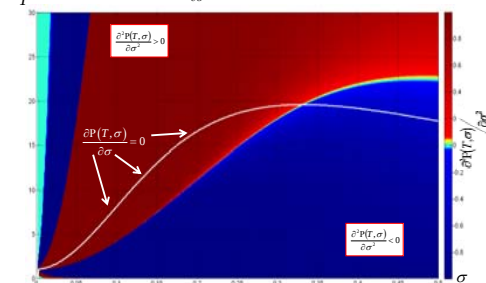
$$\left. \frac{\partial^2 P(T, \sigma)}{\partial \sigma^2} \right|_{T=T_{\sigma^*}} > 0 \Rightarrow T_{\sigma^*} \text{ increasing}$$

$$\left. \frac{\partial^2 P(T, \sigma)}{\partial \sigma^2} \right|_{T=T_{\sigma^*}} < 0 \Rightarrow T_{\sigma^*} \text{ decreasing}$$

45 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

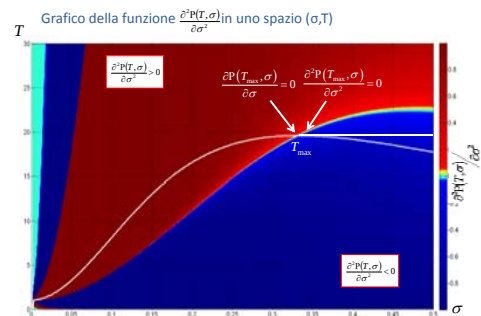
DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE

Grafico della funzione $\frac{\partial^2 P(T, \sigma)}{\partial \sigma^2}$ in uno spazio (sigma, T)



46 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE



47 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE



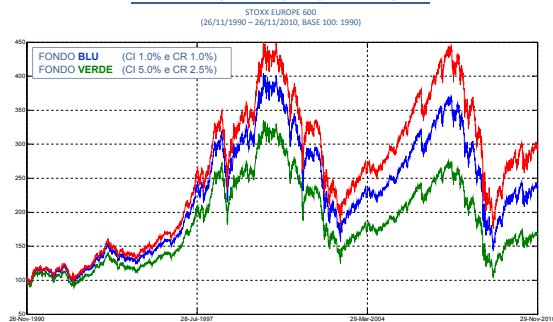
48 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE



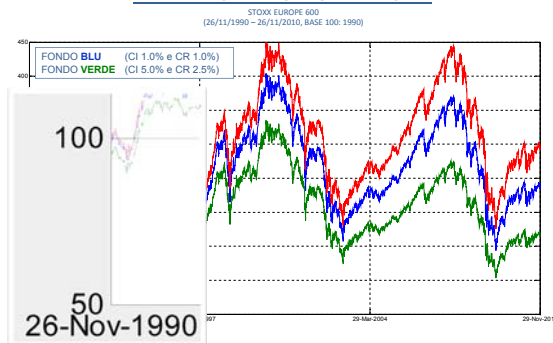
49 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE



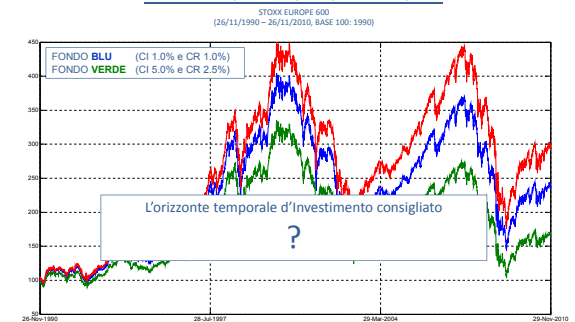
50 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE



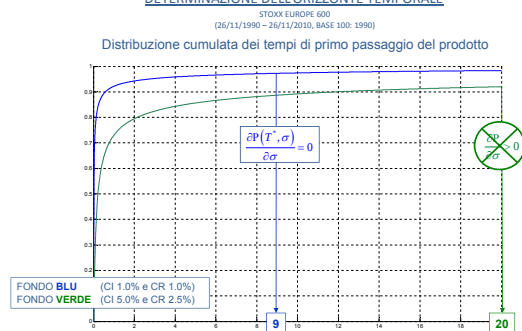
51 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE



52 Orizzonte temporale d'Investimento consigliato

DETERMINAZIONE DELL'ORIZZONTE TEMPORALE



53 Approccio risk-based

INDICATORI RISK-BASED (I TRE PILASTRI)

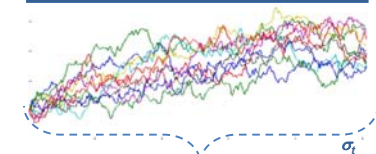
ORIZZONTE TEMPORALE
D'INVESTIMENTO
CONSIGLIATO

INDICATORE
SINTETICO DI
RISCHIO

SCOMPOSIZIONE DEL PREZZO
e
SCENARI PROBABILISTICI DI
RENDIMENTO

54 Indicatore sintetico di rischio

Volatilità dei rendimenti simulati del prodotto

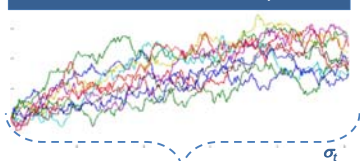


GRADO DI RISCHIO

La volatilità è la misura di rischio più immediata
ed ha una **corrispondenza biunivoca** con qualsiasi altra misura di rischio
(VaR, ES, etc.)

55 Indicatore sintetico di rischio

Volatilità dei rendimenti simulati del prodotto



VOLATILITÀ

es. : moto geometrico browniano

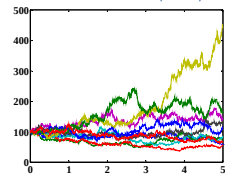
$$dS_t = rS_t dt + \sigma S_t dW_t$$

$$VaR_{\alpha, 1anno} = e^{\sigma \Phi^{-1}(\alpha) \sqrt{\frac{252}{252}} \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) \frac{252}{252} - 1}$$

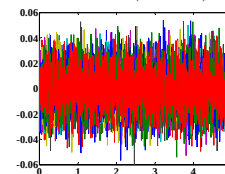
$$ES_{\alpha, 1anno} = \frac{1}{\alpha} e^{\frac{r}{252} \frac{252}{252} \Phi \left(\Phi^{-1}(\alpha) - \sigma \sqrt{\frac{252}{252}} \right) - 1}$$

56 Indicatore sintetico di rischio

Traiettorie simulate (Prezzo)

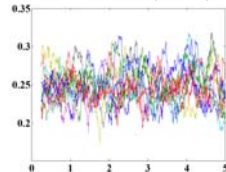


Traiettorie simulate (Rendimenti)



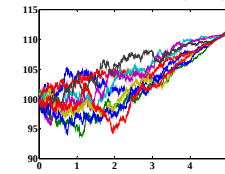
Prodotto
Equity like

Traiettorie simulate (Volatilità)

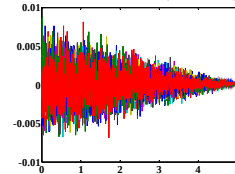


57 Indicatore sintetico di rischio

Traiettorie simulate (Prezzo)

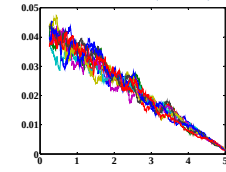


Traiettorie simulate (Rendimenti)



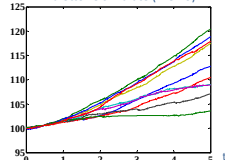
Prodotto
Fixed bond
like

Traiettorie simulate (Volatilità)

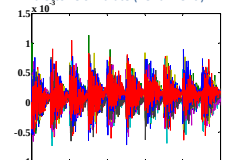


58 Indicatore sintetico di rischio

Traiettorie simulate (Prezzo)

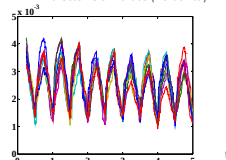


Traiettorie simulate (Rendimenti)



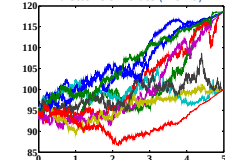
Prodotto
Floater bond
like

Traiettorie simulate (Volatilità)

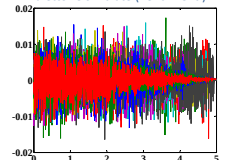


59 Indicatore sintetico di rischio

Traiettorie simulate (Prezzo)

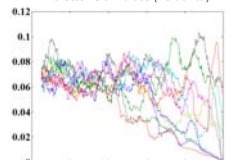


Traiettorie simulate (Rendimenti)



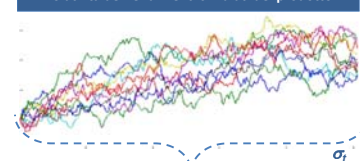
Prodotto
exotic
like

Traiettorie simulate (Volatilità)



60 Indicatore sintetico di rischio

Volatilità dei rendimenti simulati del prodotto



MISURAZIONE:

Posizionamento del prodotto
all'interno di una griglia costituita da n
intervalli di volatilità

RAPPRESENTAZIONE:

Mappatura di ogni intervallo di volatilità nella
corrispondente classe qualitativa di rischio

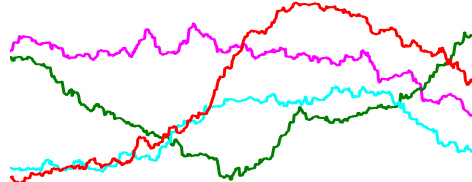
GRADO DI RISCHIO

RISCHIO

Risk Classes	Volatility Intervals	
Very Low	$\sigma_{2,low}$	$\sigma_{2,high}$
Low	$\sigma_{3,low}$	$\sigma_{3,high}$
Medium-Low	$\sigma_{4,low}$	$\sigma_{4,high}$
Medium	$\sigma_{5,low}$	$\sigma_{5,high}$
Medium-High	$\sigma_{6,low}$	$\sigma_{6,high}$
High	$\sigma_{7,low}$	$\sigma_{7,high}$
Very High	$\sigma_{8,low}$	$\sigma_{8,high}$

61 Indicatore sintetico di rischio

Prodotti con lo stesso *budget* di rischio
devono avere lo stesso grado di rischio

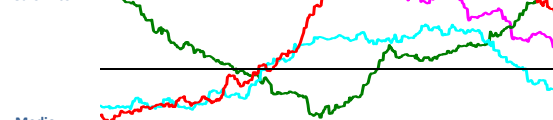


σ_t

62 Indicatore sintetico di rischio

Gli intervalli di Volatilità devono essere opportunamente calibrati
per evitare erronee rappresentazioni del rischio

Medio-Alto

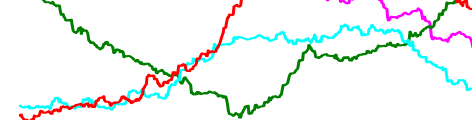


Medio

63 Indicatore sintetico di rischio

Gli intervalli di Volatilità devono essere opportunamente calibrati
per evitare erronee rappresentazioni del rischio

Medio-Alto



Medio

64 Indicatore sintetico di rischio

Gli intervalli di Volatilità devono essere opportunamente calibrati per evitare erronee rappresentazioni del rischio

IL PROBLEMA

Definizione di requisiti idonei a ripartire lo spazio di volatilità $[0, +\infty)$ in un numero ottimale di n^* intervalli successivi con “optima extrema”



65 Indicatore sintetico di rischio

Gli intervalli di Volatilità devono essere opportunamente calibrati per evitare erronee rappresentazioni del rischio

Requisito n.1

La **griglia ottimale** degli intervalli di volatilità deve essere **consistente** con il **principio** :

+ RISCHIO + PERDITE



GLI INTERVALLI DI VOLATILITÀ DEVONO AVERE UN'AMPIEZZA INCREMENTALE IN TERMINI ASSOLUTI

66 Indicatore sintetico di rischio

Gli intervalli di Volatilità devono essere opportunamente calibrati per evitare erronee rappresentazioni del rischio

Requisito n.2

La griglia ottimale degli intervalli di volatilità deve essere **“market feasible”**

67 Indicatore sintetico di rischio

Gli intervalli di Volatilità devono essere opportunamente calibrati per evitare erronee rappresentazioni del rischio

Requisito n.2

La griglia ottimale degli intervalli di volatilità deve essere **“market feasible”**



NON ANORMALITA' (per ciascun intervallo):

la volatilità realizzata di un prodotto gestito con uno specifico budget di rischio è in linea con le ragionevoli aspettative del mercato sulla futura volatilità



AMPIEZZA DEGLI INTERVALLI ADEGUATA

68 Indicatore sintetico di rischio

Gli intervalli di Volatilità devono essere opportunamente calibrati per evitare erronee rappresentazioni del rischio

Requisito n.2

La griglia ottimale degli intervalli di volatilità deve essere **“market feasible”**



NON ANORMALITA' (per ciascun intervallo):

la volatilità realizzata di un prodotto gestito con uno specifico budget di rischio è in linea con le ragionevoli aspettative del mercato sulla futura volatilità



AMPIEZZA DEGLI INTERVALLI ADEGUATA



OMOGENEITÀ (tra i budget di rischio):

differenti intervalli di volatilità hanno lo stesso livello di “non anormalità”



NESSUN INCENTIVO A SCEGLIERE UN DATO BUDGET DI RISCHIO

69 Indicatore sintetico di rischio

Due ingredienti per verificare la **coerenza con il mercato**:

1. volatilità realizzate

2. aspettative di mercato sulla volatilità futura

70 Indicatore sintetico di rischio

Volatilità realizzata

Ogni prodotto sul mercato riflette le proprie specifiche politiche d'investimento I dati storici possono essere “sporchi”

esigenza di comparabilità



1ª INTUIZIONE

va studiato il comportamento di un automatic ETF

che ha un certo budget di rischio,

identificato con un dato intervallo di volatilità

71 Indicatore sintetico di rischio

Aspettative del mercato sulla volatilità futura



la volatilità futura è prevista sfruttando le informazioni incorporate nei dati recentemente osservati

2ª INTUIZIONE

Le aspettative del mercato sono determinate con intervalli di previsione delle volatilità basati su specifici modelli diffusivi

72 Indicatore sintetico di rischio

Verificare la coerenza con il mercato

mettere insieme i due ingredienti



3ª INTUIZIONE

È necessario studiare quando la volatilità realizzata dall'asset manager automatico è fuori dagli intervalli di previsione della volatilità

(c.d. management failures)

73 Indicatore sintetico di rischio

1ª INTUIZIONE 2ª INTUIZIONE 3ª INTUIZIONE

NON ANORMALITÀ

OMOGENEITÀ

74 Indicatore sintetico di rischio

1ª INTUIZIONE 2ª INTUIZIONE 3ª INTUIZIONE

NON ANORMALITÀ

duplice problema

OMOGENEITÀ

nessun intervallo mostra un numero anormale di "management failures"

il numero di "management failures" è (quasi) lo stesso per tutti gli intervalli di volatilità

75 Indicatore sintetico di rischio

1ª INTUIZIONE 2ª INTUIZIONE 3ª INTUIZIONE

NON ANORMALITÀ

duplice problema

OMOGENEITÀ

$$\min_{\sigma_1 < \sigma_2 < \dots < \sigma_{n-1}} \left(\max_{i=1, \dots, n} mf_i \right)$$

$$mf_{j_1} \approx mf_{j_2} \quad \forall j_1 \neq j_2$$

76 Indicatore sintetico di rischio

1ª INTUIZIONE 2ª INTUIZIONE 3ª INTUIZIONE

NON ANORMALITÀ

OMOGENEITÀ

La coerenza con il mercato è un requisito della griglia nel suo complesso: la contiguità implica che una revisione di un intervallo comporta la revisione anche degli altri

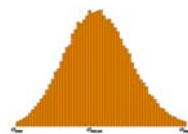
LA GRIGLIA OTTIMA È UN OTTIMO PARETIANO

77 Indicatore sintetico di rischio

1ª INTUIZIONE Automatic ETF

Ipotesi:

Modello di volatilità stocastica in cui l'automatic ETF è "mean-reverting":



L'automatic ETF:

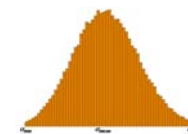
- non ha preferenze sistematiche per deviazioni verso l'alto o verso il basso rispetto alla media → distribuzione della volatilità simmetrica
- per minimizzare la migrazione del rischio, mantiene la volatilità del prodotto lontana dagli estremi dell'intervallo → la probabilità decade sulle code

78 Indicatore sintetico di rischio

1ª INTUIZIONE Automatic ETF

Ipotesi:

Modello di volatilità stocastica in cui l'automatic ETF è "mean-reverting":



Un'adeguata definizione dei parametri della seguente coppia di SDEs:

$$dS_t = rS_t dt + \sigma_t S_t dW_t^{(1)}$$

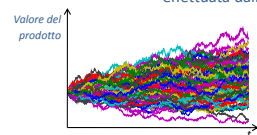
$$d\sigma_t^2 = \kappa(\theta - \sigma_t^2) dt + \nu dW_t^{(2)}$$

79 Indicatore sintetico di rischio

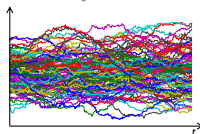
1ª INTUIZIONE automatic ETF



Simulazione delle traiettorie della volatilità effettuata dall'automatic ETF



Volatilità annualizzata dei rendimenti giornalieri



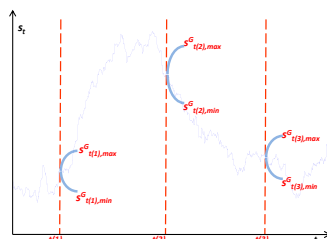
80 Indicatore sintetico di rischio

2ª INTUIZIONE Intervalli di previsione per la volatilità



Ipotesi:

Modelli GARCH diffusivi adattivi



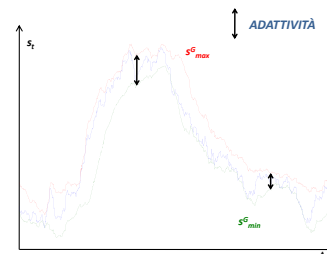
81 Indicatore sintetico di rischio

2ª INTUIZIONE Intervalli di previsione per la volatilità



Ipotesi:

Modelli GARCH diffusivi adattivi



91 Indicatore sintetico di rischio

Risolviendo per la griglia ottimale

SULL'INTERO SPAZIO DI VOLATILITÀ $[0, +\infty)$

$n^* ?$

NUMERI DI INTERVALLI VERIFICATI:
5, 6 or 7

5 classi di rischio

Basso
Medio-Basso
Medio
Medio-Alto
Alto

6 classi di rischio

Basso
Medio-Basso
Medio
Medio-Alto
Alto
Molto Alto

7 classi di rischio

Molto Basso
Basso
Medio-Basso
Medio
Medio-Alto
Alto
Molto Alto

92 Indicatore sintetico di rischio

Risolviendo per la griglia ottimale

SULL'INTERO SPAZIO DI VOLATILITÀ $[0, +\infty)$

$n^* ?$

Più alto è n più piccola sarà la relativa ampiezza media degli intervalli di volatilità e più piccolo è il numero medio di management failures:
(vedi Corollario 1)

$n^* = 7$

5 classi di rischio

Basso
Medio-Basso
Medio
Medio-Alto
Alto

6 classi di rischio

Basso
Medio-Basso
Medio
Medio-Alto
Alto
Molto Alto

7 classi di rischio

Molto Basso
Basso
Medio-Basso
Medio
Medio-Alto
Alto
Molto Alto

93 Indicatore sintetico di rischio

Risolviendo per la griglia ottimale

SULL'INTERO SPAZIO DI VOLATILITÀ $[0, +\infty)$

OUTPUT

classi di rischio	Intervalli di volatilità	
	σ_{min}	σ_{max}
Molto Basso	0.01%	0.24%
Basso	0.25%	0.63%
Medio-Basso	0.64%	1.59%
Medio	1.60%	3.99%
Medio-Alto	4.00%	9.99%
Alto	10.00%	24.99%
Molto Alto	25.00%	>25.00%

$I \approx 2.5$

La griglia ottimale degli intervalli di volatilità è consistente con il 1° requisito:
+ RISCHIO + PERDITE

94 Approccio risk-based

INDICATORI RISK-BASED
(I TRE PILASTRI)

ORIZZONTE TEMPORALE
D'INVESTIMENTO
CONSIGLIATO

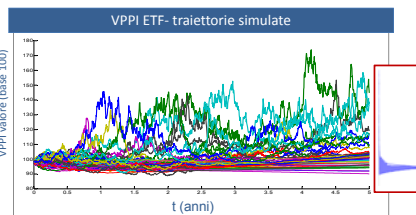
INDICATORE SINTETICO DI
RISCHIO

SCOMPOSIZIONE
DEL PREZZO E
SCENARI
PROBABILISTICI DI
RENDIMENTO

95 Scomposizione del prezzo e Scenari probabilistici di rendimento

VPPI ETF

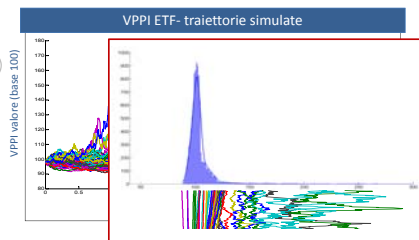
ETF strutturato di tipo VPPI volto a massimizzare i rendimenti, proteggendo il valore iniziale dell'investimento finanziario nel tempo, mediante tecniche di gestione che limitino secondo parametri predefiniti l'esposizione ai mercati azionari.



96 Scomposizione del prezzo e Scenari probabilistici di rendimento

VPPI ETF

ETF strutturato di tipo VPPI volto a massimizzare i rendimenti, proteggendo il valore iniziale dell'investimento finanziario nel tempo, mediante tecniche di gestione che limitino secondo parametri predefiniti l'esposizione ai mercati azionari.



97 Scomposizione del prezzo e Scenari probabilistici di rendimento

VPPI ETF



Valore teorico
al tempo zero

è una
media
pesata

98 Scomposizione del prezzo e Scenari probabilistici di rendimento

VPPI ETF

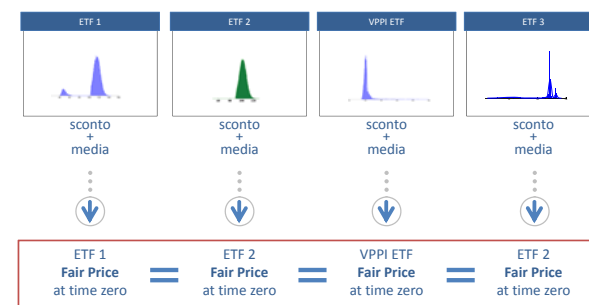
Valore Teorico al tempo zero è una **media pesata**

il primo momento della distribuzione di probabilità alla scadenza
è una **media pesata**



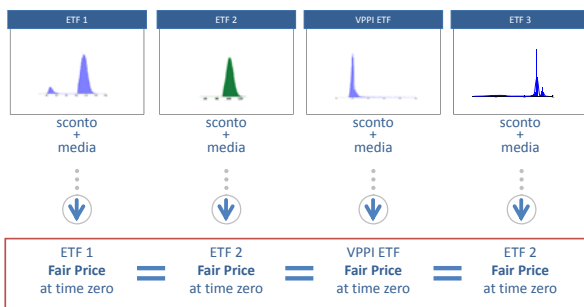
99 Scomposizione del prezzo e Scenari probabilistici di rendimento

Hypothesis: Il valore teorico (prezzo) di differenti strategie (con diversi gradi di sofisticazione) è uguale



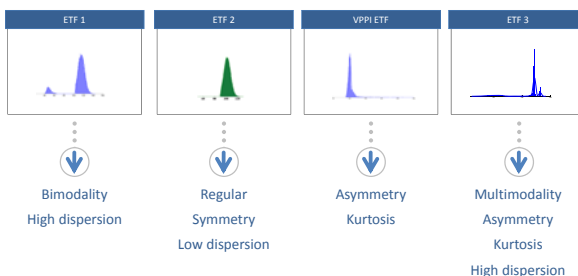
100 Scomposizione del prezzo e Scenari probabilistici di rendimento

Domanda: Quante informazioni il prezzo del prodotto riesce a trasmettere?



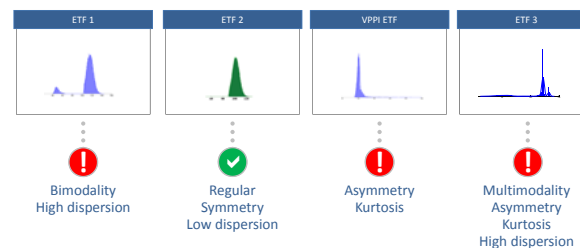
101 Scomposizione del prezzo e Scenari probabilistici di rendimento

Proprietà statistiche delle distribuzioni di probabilità



102 Scomposizione del prezzo e Scenari probabilistici di rendimento

Proprietà statistiche delle distribuzioni di probabilità



Il solo prezzo e la corrispondente media alla scadenza, in caso di distribuzioni irregolari, qualificano informazioni parziali e potenzialmente fuorvianti

103

Significato delle informazioni rivenienti dal prezzo

Come media ponderata, il prezzo è strettamente collegato con il primo momento della distribuzione di probabilità

Come la letteratura suggerisce, in presenza di plurimodalità e di forme irregolari per la distribuzioni di probabilità, il numero di momenti necessari per descrivere correttamente la distribuzione di probabilità aumenta drammaticamente.

- Cfr:
- (1) Shohat, Tamarkin, 1943 - American Mathematical Survey
 - (2) Szego, 1959 - American Mathematical Society
 - (3) Totik, 2000 - Journal of Analytical Mathematics
 - (4) Gavrilidis, Athanassoulis, 2009 - Journal of Computational and Applied Mathematics

104 Significance tests

Significato delle informazioni rivenienti dal prezzo

Basi matematiche per testare la significatività delle informazioni sui prezzi

Infatti, dopo aver definito le seguenti quantità:

$(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{2k})$ Vettori di 2k momenti per la distribuzione di probabilità $f(x)$

$$P_k(x) = \frac{1}{\sqrt{H_{2k} H_{2k-2}}} D_k(x) \quad \text{Christoffel Basis Polynomials}$$

dove

$$D_k(x) = \det \begin{bmatrix} \mu_0 & \mu_1 & \dots & \mu_k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_{k-1} & \mu_k & \dots & \mu_{2k-1} \\ 1 & x & \dots & x^k \end{bmatrix} \quad H_{2k} = \begin{bmatrix} \mu_0 & \dots & \mu_k \\ \dots & \dots & \dots \\ \mu_k & \dots & \mu_{2k} \end{bmatrix} \quad H_{-2} = H_0 = 1$$

105 Significance tests

Significato delle informazioni rivenienti dal prezzo

Basi matematiche per testare la significatività delle informazioni sui prezzi

È quindi possibile definire la funzione Christoffel nella forma sottostante:

$$\lambda_k(x) = \left[\sum_{n=0}^k |P_n(x)|^2 \right]^{-1}$$

A condizione che un intervallo chiuso $[a, b]$ per la densità di probabilità possa essere identificato e che nell'intervallo $[a, b]$ la funzione $f(x)$ è limitata, la seguente condizione al limite vale:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} k \lambda_k(x) = \pi \sqrt{(x-a)(b-x)} \cdot f(x)$$

106 Significance tests

Significato delle informazioni rivenienti dal prezzo

Basi matematiche per testare la significatività delle informazioni sui prezzi

Per k finito, la condizione al limite implica che la funzione di probabilità $f(x)$ può essere approssimata dal seguente funzionale:

$$f(x) \approx f_{AP,k}(x) = \frac{k}{c_0 \pi \sqrt{(x-a)(b-x)}} \lambda_k(x) \quad \text{Gavrilidis, Athanassoulis, 2009 - Journal of Computational and Applied Mathematics}$$

con $x \in [a, b]$. c_0 è un fattore di normalizzazione.

107 Significance tests

Significato delle informazioni rivenienti dal prezzo

Basi matematiche per testare la significatività delle informazioni sui prezzi

Per k finito, la condizione al limite implica che la funzione di probabilità $f(x)$ può essere approssimata dal seguente funzionale:

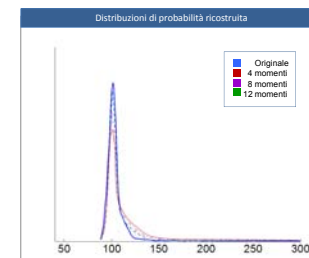
$$f(x) \approx f_{AP,k}(x) = \frac{k}{c_0 \pi \sqrt{(x-a)(b-x)}} \lambda_k(x)$$

con $x \in [a, b]$. c_0 è un fattore di normalizzazione.

È immediato applicare la formula di approssimazione per diversi valori di k per testare l'accuratezza dell'approssimazione per le distribuzioni di probabilità corrispondenti ai nostri diversi ETF

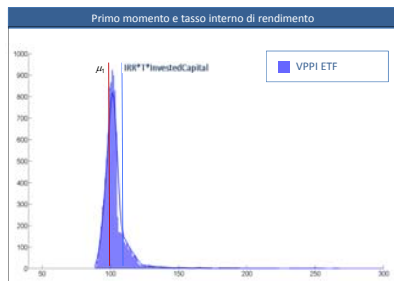
108 Significance tests

VPPI ETF



12 momenti descrivono correttamente il modello della distribuzione originale. Il contenuto informativo del primo momento ha bisogno di essere integrato.

VPPI ETF



IRR = 2.53% $\mu \neq IRR * T * Investimento = 112.65$



PRODOTTO COMPLESSO
L'informativa integrativa deve



Essere semplice da capire per l'investitore medio



Catturare in maniera efficiente tutte le principali caratteristiche della distribuzione di probabilità del prodotto



PRODOTTO COMPLESSO
L'informativa integrativa deve



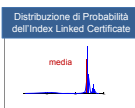
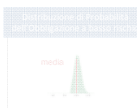
Essere semplice da capire per l'investitore medio



Catturare in maniera efficiente tutte le principali caratteristiche della distribuzione di probabilità del prodotto



Proposta 1: Sottoporre all'investitore l'intera distribuzione di probabilità



SCELTE MODELLISTICHE PER I PRODOTTI FINANZIARI ANALIZZATI



Modello Short Interest Rate Hull-White 2 Fattori



Modello Stochastic Volatility di Heston per la componente equity



Modello Jump Diffusion di Merton per la componente equity

Modello Short Interest Rate Cox Ingersoll Ross

Modello Normal Inverse Gaussian di Barndorff Nielsen per la componente equity

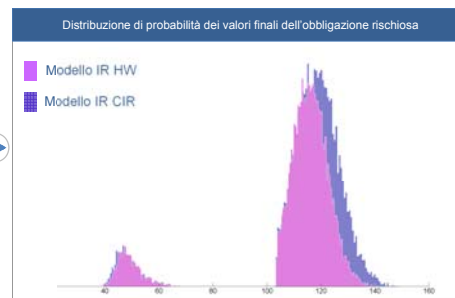
Modello Variance Gamma per la componente equity

La forma delle distribuzioni di probabilità dei rendimenti potenziali è ovviamente dipendente dal tipo di modello utilizzato.

OBLIGAZIONE RISCHIOSA



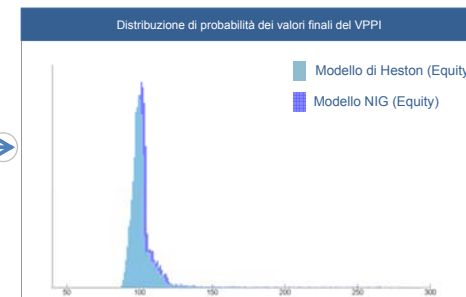
SCELTE MODELLISTICHE PER I PRODOTTI FINANZIARI ANALIZZATI



VPPI

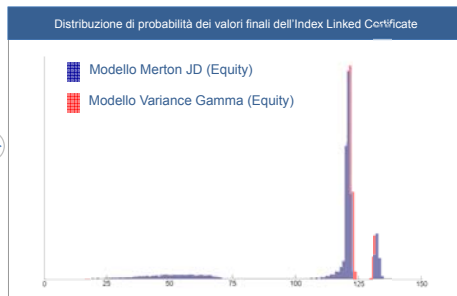


SCELTE MODELLISTICHE PER I PRODOTTI FINANZIARI ANALIZZATI



INDEX LINKED CERTIFICATE

SCELTE MODELLISTICHE PER I PRODOTTI FINANZIARI ANALIZZATI



PRODOTTO COMPLESSO
L'informativa integrativa deve



Essere semplice da capire per l'investitore medio



Catturare in maniera efficiente tutte le principali caratteristiche della distribuzione di probabilità del prodotto

La distribuzione di probabilità è un oggetto astratto non facilmente comprensibile per l'investitore medio

La forma della distribuzione di probabilità è dipendente da specifiche assunzioni modellistiche



Proposta 1: Sottoporre all'investitore l'intera distribuzione di probabilità



PRODOTTO COMPLESSO
L'informativa integrativa deve



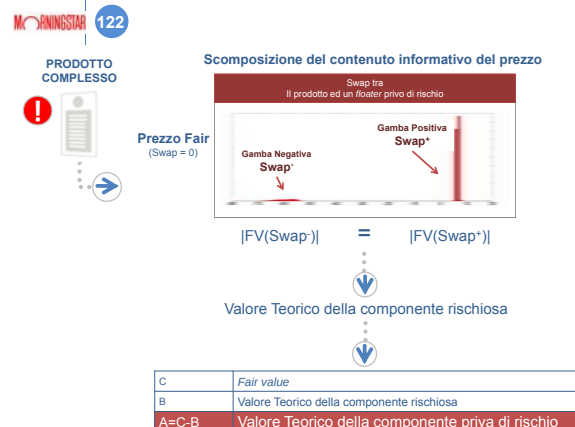
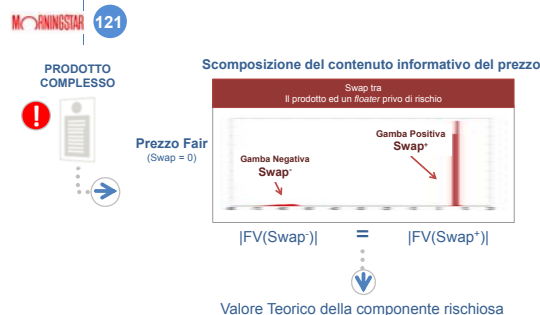
Essere semplice da capire per l'investitore medio



Catturare in maniera efficiente tutte le principali caratteristiche della distribuzione di probabilità del prodotto



Proposta 2: Scomposizione del contenuto informativo del prezzo



123

OBBLIGAZIONE RISCHIOSA

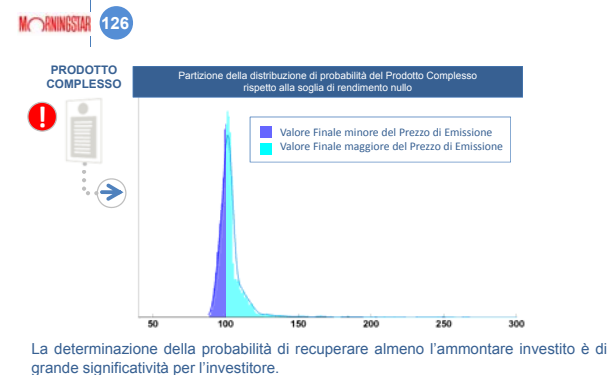
A	Valore Teorico della componente priva di rischio	91.3
B	Valore Teorico della componente Rischiosa	5
C = A + B	Prezzo Fair	96.3
D	Costi	3.7
E = C + D	Prezzo di emissione	100

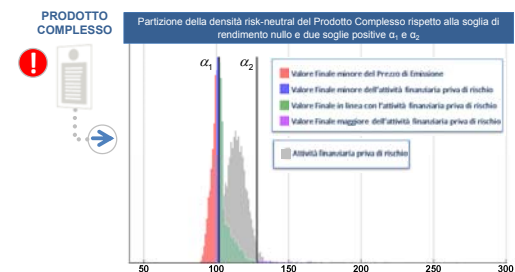
VPPI

A	Valore Teorico della componente priva di rischio	90.1
B	Valore Teorico della componente Rischiosa	6.4
C = A + B	Prezzo Fair	96.5
D	Costi	3.5
E = C + D	Prezzo di emissione	100

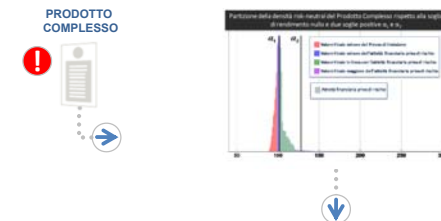
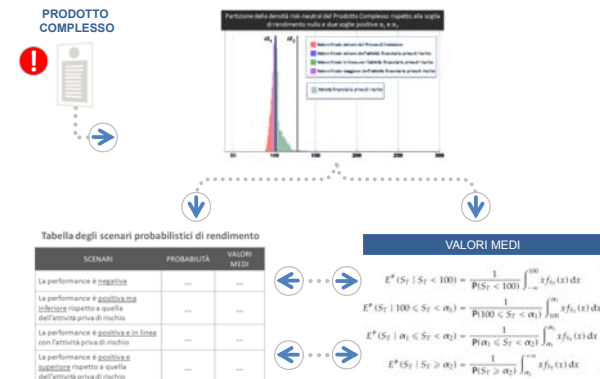
INDEX LINKED CERTIFICATE

A	Valore Teorico della componente priva di rischio	86.2
B	Valore Teorico della componente Rischiosa	9.9
C = A + B	Prezzo Fair	96.1
D	Costi	3.9
E = C + D	Prezzo di emissione	100



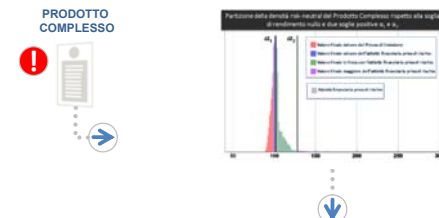
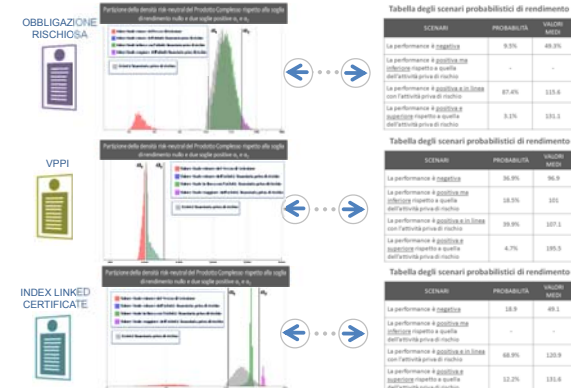


E' opportuno esplorare ulteriori partizioni del macro-evento "il valore finale dell'investimento è maggiore del prezzo di emissione" effettuando una comparazione diretta con i possibili valori finali dell'attività priva di rischio.



Benefici di questa soluzione:

- La riduzione in granularità degli eventi determinata dalla partizione comporta solo una perdita di informazione molto limitata e la tabella, costruita accoppiando ogni scenario con la sua probabilità neutrale al rischio e il valore medio associato, risulta molto semplice da leggere;



Benefici di questa soluzione:

- La riduzione in granularità degli eventi determinata dalla partizione comporta solo una perdita di informazione molto limitata e la tabella, costruita accoppiando ogni scenario con la sua probabilità neutrale al rischio e il valore medio associato, risulta molto semplice da leggere;
- Il **rischio modello** che emerge dall'adozione da parte dell'emittente di differenti modelli proprietari ha un impatto limitato.

